

II отборочный тур.
10 класс.

Задача 1. (2 балла)

1. Одна из сторон треугольника равна $10\sqrt{6} - 20$, а два его угла равны 30 и 45 градусам. Чему может быть равна наименьшая сторона треугольника? Найдите все возможные значения. В ответе укажите их сумму.

Ответ: 10

2. Одна из сторон треугольника равна $8\sqrt{6} - 16$, а два его угла равны 30 и 45 градусам. Чему может быть равна наименьшая сторона треугольника? Найдите все возможные значения. В ответе укажите их сумму.

Ответ: 8

3. Одна из сторон треугольника равна $6\sqrt{6} - 12$, а два его угла равны 30 и 45 градусам. Чему может быть равна наименьшая сторона треугольника? Найдите все возможные значения. В ответе укажите их сумму.

Ответ: 6

Задача 2. (2 балла)

1. Дана дробно-линейная функция $f(x) = \frac{3x - 2}{x - 2}$. Найдите квадрат наименьшего расстояния между точками на разных ветвях графика этой функции.

Ответ: 32

2. Дана дробно-линейная функция $f(x) = \frac{5x + 4}{x - 1}$. Найдите квадрат наименьшего расстояния между точками на разных ветвях графика этой функции.

Ответ: 72

3. Дана дробно-линейная функция $f(x) = \frac{2x + 27}{x + 1}$. Найдите квадрат наименьшего расстояния между точками на разных ветвях графика этой функции.

Ответ: 200

Задача 3. (3 балла)

1. Последовательность $\{x_n\}$ удовлетворяет соотношению $x_{n+1} = \sqrt{3}x_n - x_{n-1}$. При этом $x_0 = -2$, $x_1 = \sqrt{3}$. Найдите x_{2000} .

Ответ: -5.

2. Последовательность $\{x_n\}$ удовлетворяет соотношению $x_{n+1} = x_n - x_{n-1}$. При этом $x_1 = -2$, $x_2 = 3$. Найдите x_{2016} .

Ответ: -5.

3. Последовательность $\{x_n\}$ удовлетворяет соотношению $x_{n+1} = \sqrt{2}x_n - x_{n-1}$. При этом $x_0 = -3$, $x_1 = 2\sqrt{2}$. Найдите x_{2222} .

Ответ: -7.

Задача 4. (3 балла)

1. Квадратное уравнение $x^2 - 10x + a$ имеет корни x_2 и x_4 . Квадратное уравнение $x^2 - 4x + b$ имеет корни x_1 и x_3 . При это $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$. Чему может равняться суммарная длина промежутков, на которых выполняется неравенство $(x^2 - 10x + a)(x^2 - 4x + b) \leq 0$? Если возможных ответов несколько, укажите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 6

2. Квадратное уравнение $x^2 - 5x + a$ имеет корни x_2 и x_4 . Квадратное уравнение $x^2 + 2x + b$ имеет корни x_1 и x_3 . При это $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$. Чему может равняться суммарная длина промежутков, на которых выполняется неравенство $(x^2 - 5x + a)(x^2 + 2x + b) \leq 0$? Если возможных ответов несколько, укажите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 7

3. Квадратное уравнение $x^2 - 3x + a$ имеет корни x_1 и x_3 . Квадратное уравнение $x^2 - 8x + b$ имеет корни x_2 и x_4 . При это $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$. Чему может равняться суммарная длина промежутков, на которых выполняется неравенство $(x^2 - 3x + a)(x^2 - 8x + b) \leq 0$? Если возможных ответов несколько, укажите их в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 5

Задача 5. (3 балла)

1. У приведённого многочлена четвёртой степени ровно четыре различных корня, образующих геометрическую прогрессию. Коэффициент многочлена при x равен 6, свободный член равен 9. Чему может быть равен коэффициент при x^3 ? Если возможных ответов несколько, укажите их в любом порядке через точку с запятой.

Примеры записи ответа:

1.5

15

1; 5

Ответ: -2; 2 || 2; -2 || 2, -2 || -2, 2 || +2; -2 || -2; +2

2. У приведённого многочлена четвёртой степени ровно четыре различных корня, образующих геометрическую прогрессию. Коэффициент многочлена при x^3 равен 2, свободный член равен 25. Чему может быть равен коэффициент при x ? Если возможных ответов несколько, укажите их в любом порядке через точку с запятой.

Примеры записи ответа:

1.5

15

1; 5

Ответ: -10; 10 || 10; -10 || 10, -10 || -10, 10 || +10; -10 || -10; +10

3. У приведённого многочлена четвёртой степени ровно четыре различных корня, образующих геометрическую прогрессию. Коэффициент многочлена при x^3 равен $2\sqrt{3}$, коэффициент при x равен 6. Чему может быть равен свободный член? Если возможных ответов несколько, укажите их в любом порядке через точку с запятой.

Примеры записи ответа:

1.5

15

1; 5

Ответ: 3

Задача 6. (3 балла)

1. Женя нарисовал на плоскости несколько различных прямых. Сколько Женя нарисовал прямых, если известно, что они разделили плоскость на 211 частей? В ответе укажите наименьшее и наибольшее возможные значения в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 20; 210 || 210; 20 || 20, 210 || 210, 20 || 20; 210; || 210; 20

2. Женя нарисовал на плоскости несколько различных прямых. Сколько Женя нарисовал прямых, если известно, что они разделили плоскость на 326 частей? В ответе укажите наименьшее и наибольшее возможные значения в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 25; 325 || 325; 25 || 25, 325 || 325, 25 || 25; 325; || 325; 25

3. Женя нарисовал на плоскости несколько различных прямых. Сколько Женя нарисовал прямых, если известно, что они разделили плоскость на 466 частей? В ответе укажите наименьшее и наибольшее возможные значения в любом порядке через точку с запятой.

Ответ: 30; 465 || 465; 30 || 30, 465 || 465, 30 || 30; 465; || 465; 30

Задача 7. (4 балла)

1. На боковых сторонах трапеции AB и CD , как на диаметрах, построены две окружности, пересекающиеся в точках K и L . Прямая KL пересекает основание BC в точке X . Прямая BC вторично пересекает окружность, построенную на AB , как на диаметре, в точке Y . $AB = 23$, $BC = 3$, $CD = 22$, $AD = 12$.

Найдите XY .

Ответ: 8

2. На боковых сторонах трапеции AB и CD , как на диаметрах, построены две окружности, пересекающиеся в точках K и L . Прямая KL пересекает основание BC в точке X . Прямая BC вторично пересекает окружность, построенную на AB , как на диаметре, в точке Y . $AB = 17$, $BC = 4$, $CD = 13$, $AD = 16$.

Найдите XY .

Ответ: 12

3. На боковых сторонах трапеции AB и CD , как на диаметрах, построены две окружности, пересекающиеся в точках K и L . Прямая KL пересекает основание BC в точке X . Прямая BC вторично пересекает окружность, построенную на AB , как на диаметре, в точке Y . $AB = 31$, $BC = 5$, $CD = 29$, $AD = 25$.

Найдите $XУ$.

Ответ: 15

Задача 8. (4 балла)

1. Сколькими способами прямоугольник 3×20 можно разрезать на квадратики 2×2 и полоски 1×4 ?

Ответ: 571

2. Сколькими способами прямоугольник 3×24 можно разрезать на квадратики 2×2 и полоски 1×4 ?

Ответ: 2131

3. Сколькими способами прямоугольник 3×28 можно разрезать на квадратики 2×2 и полоски 1×4 ?

Ответ: 9573

Задача 9. (4 балла)

1. Сколько существует попарно неравных прямоугольных треугольников с целочисленными сторонами у которых отношение площади к полупериметру равно 625?

Ответ: 5

2. Сколько существует попарно неравных прямоугольных треугольников с целочисленными сторонами у которых отношение площади к полупериметру равно 343?

Ответ: 4

3. Сколько существует попарно неравных прямоугольных треугольников с целочисленными сторонами у которых отношение площади к полупериметру равно 243?

Ответ: 6

Задача 10. (5 баллов)

1. Паук сплёл паутину, которая состоит из оси абсцисс, оси ординат, а так же следующих кривых: $y = x$, $y = -x$, $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 9$, $x^2 + y^2 = 16$. За день во все узлы попались мухи. Паук сидит в точке $(0,0)$ и собирается съесть всех мух. Какое минимальное расстояние пройдет паук, пока не закончит есть?

Ответ не округляйте. Для записи числа π используйте русскую букву п или английскую р.

Примеры записи ответа:

$3p+10$

$1.5\pi+7.5$

Ответ: $5p+23 \parallel 23+5p \parallel 5\pi+23 \parallel 23+5\pi \parallel 5^*p+23 \parallel 23+5^*p \parallel 5^*\pi+23 \parallel 23+5^*\pi \parallel p^*5+23 \parallel \pi^*5+23$

2. Паук сплёл паутину, которая состоит из оси абсцисс, оси ординат, а так же следующих кривых: $y = x$, $y = -x$, $x^2 + y^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 25$, $x^2 + y^2 = 49$. За день во все узлы попались мухи. Паук сидит в точке $(0,0)$ и собирается съесть всех мух. Какое минимальное расстояние пройдет паук, пока не закончит есть?

Ответ не округляйте. Для записи числа π используйте русскую букву п или английскую р.

Примеры записи ответа:

$3p+10$

$1.5\pi+7.5$

Ответ: $9p+39 \parallel 39+9p \parallel 9\pi+39 \parallel 39+9\pi \parallel 9^*p+39 \parallel 39+9^*p \parallel 9^*\pi+39 \parallel 39+9^*\pi \parallel p^*9+39 \parallel \pi^*9+39$

3. Паук сплёл паутину, которая состоит из оси абсцисс, оси ординат, а так же следующих кривых: $y = x$, $y = -x$, $x^2 + y^2 = 9$, $x^2 + y^2 = 49$, $x^2 + y^2 = 81$. За день во все узлы попались мухи. Паук сидит в точке $(0,0)$ и собирается съесть всех мух. Какое минимальное расстояние пройдет паук, пока не закончит есть?

Ответ не округляйте. Для записи числа π используйте русскую букву п или английскую р.

Примеры записи ответа:

$3p+10$

$1.5\pi+7.5$

Ответ: $12p+47 \parallel 47+12p \parallel 12\pi+47 \parallel 47+12\pi \parallel 12^*p+47 \parallel 47+12^*p \parallel 12^*\pi+47 \parallel 47+12^*\pi \parallel p^*12+47 \parallel \pi^*12+47$