

## 9 класс

### Задача 1. (2 балла)

1. На плоскости даны три точки  $A(1,2)$ ,  $B(600,601)$ ,  $C(800,1)$ . Найдите количество целочисленных точек на сторонах треугольника  $ABC$ .

2. На плоскости даны три точки  $A(1,2)$ ,  $B(303,304)$ ,  $C(404,1)$ . Найдите количество целочисленных точек на сторонах треугольника  $ABC$ .

3. На плоскости даны три точки  $A(1,2)$ ,  $B(450,451)$ ,  $C(600,1)$ . Найдите количество целочисленных точек на сторонах треугольника  $ABC$ .

### Примеры записи ответа:

17

### Задача 2. (2 балла)

1. Четыре различных нечётных числа  $a, b, c, d$ , больших единицы, таковы, что  $\text{НОД}(a, b) = \text{НОД}(c, d)$  и  $\text{НОК}(a, b) = \text{НОК}(c, d)$ . Какое наименьшее значение может принимать  $a + b + c + d$ ?

2. Четыре различных числа  $a, b, c, d$ , больших единицы и не делящихся на 3, таковы, что  $\text{НОД}(a, b) = \text{НОД}(c, d)$  и  $\text{НОК}(a, b) = \text{НОК}(c, d)$ . Какое наименьшее значение может принимать  $a + b + c + d$ ?

3. Четыре различных числа  $a, b, c, d$ , больших единицы и не делящихся на 5, таковы, что  $\text{НОД}(a, b) = \text{НОД}(c, d)$  и  $\text{НОК}(a, b) = \text{НОК}(c, d)$ . Какое наименьшее значение может принимать  $a + b + c + d$ ?

### Примеры записи ответа:

17

### Задача 3. (3 балла)

1. В компьютерной игре черепашка движется по заданной программе по клетчатому экрану компьютера, содержащему 5 столбиков и 7 строчек. Изначально она находится в левом нижнем углу экрана — на клетке, заданной координатами  $(0, 0)$ . Если согласно программе черепашка должна выйти за пределы экрана, она появляется с другой стороны — например, сделав один шаг наверх с клетки  $(3, 6)$  черепашка окажется в клетке  $(3, 0)$ . Где окажется черепашка после выполнения следующей программы:

1) 1 шаг вниз; 2) 2 шага вправо; 3) 3 шага вверх; 4) 4 шага влево; 5) 5 шагов вниз; 6) 6 шагов вправо; ... ; 2016) 2016 шагов влево; 2017) 2017 шагов вниз?

2. В компьютерной игре черепашка движется по заданной программе по клетчатому экрану компьютера, содержащему 11 столбиков и 5 строчек. Изначально она находится в левом нижнем углу экрана — на клетке, заданной координатами  $(0, 0)$ . Если согласно программе черепашка должна выйти за пределы экрана, она появляется с другой стороны — например, сделав один шаг наверх с клетки  $(3, 4)$  черепашка окажется в клетке  $(3, 0)$ . Где окажется черепашка после выполнения следующей программы:

1) 1 шаг вниз; 2) 2 шага вправо; 3) 3 шага вверх; 4) 4 шага влево; 5) 5 шагов вниз; 6) 6 шагов вправо; ... ; 2016) 2016 шагов влево; 2017) 2017 шагов вниз?

3. 1. В компьютерной игре черепашка движется по заданной программе по клетчатому экрану компьютера, содержащему 5 столбиков и 9 строчек. Изначально она находится в левом нижнем углу экрана — на клетке, заданной координатами  $(0, 0)$ . Если согласно программе черепашка должна выйти за пределы экрана, она появляется с другой стороны — например, сделав один шаг наверх с клетки  $(3, 8)$  черепашка окажется в клетке  $(3, 0)$ . Где окажется черепашка после выполнения следующей программы:

1) 1 шаг вверх; 2) 2 шага вправо; 3) 3 шага вниз; 4) 4 шага влево; 5) 5 шагов вверх; 6) 6 шагов вправо; ... ; 2016) 2016 шагов влево; 2017) 2017 шагов вверх?

**Примеры записи ответа:**

$(1; 7)$

**Задача 4. (3 балла)**

1. 107-угольник вписан в окружность с диаметром  $XU = 2$  и имеет ось симметрии, перпендикулярную этому диаметру. Найдите сумму квадратов расстояний от вершин 107-угольника до точки  $X$ .

2. 105-угольник вписан в окружность с диаметром  $XU = 6$  и имеет ось симметрии, перпендикулярную этому диаметру. Найдите сумму квадратов расстояний от вершин 105-угольника до точки  $X$ .

3. 103-угольник вписан в окружность с диаметром  $X\bar{Y} = 4$  и имеет ось симметрии, перпендикулярную этому диаметру. Найдите сумму квадратов расстояний от вершин 103-угольника до точки  $X$ .

**Примеры записи ответа:**

1,7  
1/7  
17

**Задача 5. (3 балла)**

1. В клетчатой таблице  $9 \times 9$  стоят числа таким образом, что в числа в каждой строчке и в каждом столбце образуют арифметическую прогрессию в том порядке, в котором они там написаны. Таблица раскрашена в два цвета в шахматном порядке. На угловых белых клетках таблицы стоят числа 1, 3, 5 и 9. Найдите сумму чисел на чёрных клетках таблицы.

2. В клетчатой таблице  $11 \times 11$  стоят числа таким образом, что в числа в каждой строчке и в каждом столбце образуют арифметическую прогрессию в том порядке, в котором они там написаны. Таблица раскрашена в два цвета в шахматном порядке. На угловых белых клетках таблицы стоят числа 1, 2, 4 и 7. Найдите сумму чисел на чёрных клетках таблицы.

1. В клетчатой таблице  $13 \times 13$  стоят числа таким образом, что в числа в каждой строчке и в каждом столбце образуют арифметическую прогрессию в том порядке, в котором они там написаны. Таблица раскрашена в два цвета в шахматном порядке. На угловых белых клетках таблицы стоят числа 1, 2, 3 и 6. Найдите сумму чисел на чёрных клетках таблицы.

**Примеры записи ответа:**

1,7  
1/7  
-17

**Задача 6. (3 балла)**

1. Дано 70 квадратных трёхчленов. Графики этих трёхчленов имеют вершины на оси  $x$ . Никакие три графика не пересекаются в одной точке. Какое наименьшее количество точек пересечения они могут образовывать?

2. Дано 60 квадратных трёхчленов. Графики этих трёхчленов имеют вершины на оси  $x$ . Никакие три графика не пересекаются в одной точке. Какое наименьшее количество точек пересечения они могут образовывать?

1. Дано 50 квадратных трёхчленов. Графики этих трёхчленов имеют вершины на оси  $x$ . Никакие три графика не пересекаются в одной точке. Какое наименьшее количество точек пересечения они могут образовывать?

**Примеры записи ответа:**

17

**Задача 7. (4 балла)**

1. Окружность радиуса 60 касается трёх сторон четырёхугольника ABCD: стороны AB в точке A, стороны CD в точке D и стороны BC в точке X. Оказалось, что  $BX = 30$ ,  $CX = 20$ . Найдите площадь четырёхугольника.

2. Окружность радиуса 60 касается трёх сторон четырёхугольника ABCD: стороны AB в точке A, стороны CD в точке D и стороны BC в точке X. Оказалось, что  $BX = 45$ ,  $CX = 30$ . Найдите площадь четырёхугольника.

3. Окружность радиуса 60 касается трёх сторон четырёхугольника ABCD: стороны AB в точке A, стороны CD в точке D и стороны BC в точке X. Оказалось, что  $BX = 20$ ,  $CX = 45$ . Найдите площадь четырёхугольника.

**Примеры записи ответа:**

1,7

1/7

17

**Задача 8. (4 балла)**

1. В американской деревне жили бледнолицые, чернокожие и индейцы, всего 61 человек. На Хэллоуин каждый индеец подарил тыкву каждому чернокожему, каждый чернокожий подарил тыкву каждому бледнолицему, каждый бледнолицый подарил тыкву каждому индейцу. Какое наибольшее количество тыкв могло быть подарено?

2. В школе было три класса: математический, гуманитарный и общеобразовательный, всего 91 человек. На Новый Год каждый ученик математического класса послал открытку каждому ученику гуманитарного, каждый ученик гуманитарного класса послал открытку каждому ученику общеобразовательного, каждый ученик общеобразовательного класса послал открытку каждому ученику математического. Какое наибольшее количество открыток могло быть послано?

3. На рок-фестивале встретились вокалисты, гитаристы и ударники, всего 121 человек. Каждый вокалист дал подзатыльник каждому гитаристу, каждый гитарист — каждому ударнику, а каждый ударник — каждому вокалисту. Какое наибольшее количество подзатыльников могло быть получено участниками фестиваля?

**Примеры записи ответа:**

17

**Задача 9. (4 балла)**

1. Из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 составили все возможные семизначные числа, у которых все цифры различные. Полученные числа записали в порядке возрастания. Найдите, какое число будет стоять на 2016 месте.

2. Из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 составили все возможные семизначные числа, у которых все цифры различные. Полученные числа записали в порядке возрастания. Найдите, какое число будет стоять на 1995 месте.

3. Из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 составили все возможные семизначные числа, у которых все цифры различные. Полученные числа записали в порядке возрастания. Найдите, какое число будет стоять на 1972 месте.

**Примеры записи ответа:**

1234567

**Задача 10. (4 балла)**

1. Дан куб и 11 красок. Найдите количество способов раскрасить грани этого куба с помощью этих красок (каждую грань — в один цвет) так, чтобы соседние грани были разных цветов. Раскраски, отличающиеся поворотом, считаются различными.

2. Дан куб и 10 красок. Найдите количество способов раскрасить грани этого куба с помощью этих красок (каждую грань — в один цвет) так, чтобы соседние грани были разных цветов. Раскраски, отличающиеся поворотом, считаются различными.

3. Дан куб и 12 красок. Найдите количество способов раскрасить грани этого куба с помощью этих красок (каждую грань — в один цвет) так, чтобы соседние грани были разных цветов. Раскраски, отличающиеся поворотом, считаются различными.

**Примеры записи ответа:**

1,7

1/7

17