

7 класс

Задача 1. (2 балла)

1. В четырёхзначном числе зачеркнули первую цифру. Получилось число в 5 раз меньше исходного. Какое наибольшее значение могло принимать исходное число?

2. В четырёхзначном числе зачеркнули первую цифру. Получилось число в 6 раз меньше исходного. Какое наибольшее значение могло принимать исходное число?

3. В четырёхзначном числе зачеркнули первую цифру. Получилось число в 9 раз меньше исходного. Какое наибольшее значение могло принимать исходное число?

Примеры записи ответа:

1234

Задача 2. (2 балла)

1. Прямоугольник разбит четырьмя прямыми на 9 прямоугольников (см. рисунок, масштаб не соблюден). В некоторых из этих прямоугольников написана их площадь. Найдите площадь всего прямоугольника.

| | | |
|---|---|---|
| | 4 | |
| 3 | | 6 |
| 1 | 2 | |

2. Прямоугольник разбит четырьмя прямыми на 9 прямоугольников (см. рисунок, масштаб не соблюден). В некоторых из этих прямоугольников написана их площадь. Найдите площадь всего прямоугольника.

| | | |
|---|---|----|
| 1 | 3 | |
| 4 | | 20 |
| | 3 | |

3. Прямоугольник разбит четырьмя прямыми на 9 прямоугольников (см. рисунок, масштаб не соблюден). В некоторых из этих прямоугольников написана их площадь. Найдите площадь всего прямоугольника.

| | | |
|---|---|----|
| 1 | 2 | |
| 5 | | 10 |
| | 6 | |

Примеры записи ответа:

1,7
1/7
17

Задача 3. (2 балла)

1. На плоскости нарисовано некоторое количество треугольников, длины сторон которых — шестизначные натуральные числа, содержащие в своей десятичной записи только единицы и тройки. Никакой отрезок не входит в два треугольника, стороны всех треугольников различны. Какое наибольшее количество треугольников может быть нарисовано?

2. На плоскости нарисовано некоторое количество треугольников, длины сторон которых — восьмизначные натуральные числа, содержащие в своей десятичной записи только двойки и семёрки. Никакой отрезок не входит в два треугольника, стороны всех треугольников различны. Какое наибольшее количество треугольников может быть нарисовано?

3. На плоскости нарисовано некоторое количество треугольников, длины сторон которых — десятизначные натуральные числа, содержащие в своей десятичной записи только тройки и восьмёрки. Никакой отрезок не входит в два треугольника, стороны всех треугольников различны. Какое наибольшее количество треугольников может быть нарисовано?

Примеры записи ответа:

17

Задача 4. (3 балла)

1. Два равносторонних треугольника со сторонами 10 и 8 пересекаются, образуя шестиконечную звезду, при этом острые углы при пересечении любых двух сторон этих треугольников оказались равны углам исходных треугольников. Найдите периметр шестиугольника, образованного пересечением этих двух треугольников.

2. Два равносторонних треугольника со сторонами 10 и 11 пересекаются, образуя шестиконечную звезду, при этом острые углы при пересечении любых двух сторон этих треугольников оказались равны углам исходных треугольников. Найдите периметр шестиугольника, образованного пересечением этих двух треугольников.

3. Два равносторонних треугольника со сторонами 7 и 8 пересекаются, образуя шестиконечную звезду, при этом острые углы при пересечении любых двух сторон этих треугольников оказались равны углам исходных треугольников. Найдите периметр шестиугольника, образованного пересечением этих двух треугольников.

Примеры записи ответа:

1,7

1/7

17

Задача 5. (3 балла)

1. К натуральному числу прибавили его удвоенную сумму цифр. Получилось 2016. Найдите наибольшее и наименьшее возможное значение исходного числа.

2. К натуральному числу прибавили его удвоенную сумму цифр. Получилось 3030. Найдите наибольшее и наименьшее возможное значение исходного числа.

3. К натуральному числу прибавили его удвоенную сумму цифр. Получилось 4023. Найдите наибольшее и наименьшее возможное значение исходного числа.

Примеры записи ответа:

1234; 5678

Задача 6. (3 балла)

1. За круглым столом сидели еноты, ежики и хомяки, всего 101 зверь. На вопрос: «Есть ли среди ваших соседей зверь того же вида, что и вы?», - все ответили «Нет.». Какое наибольшее количество ежиков могло сидеть за столом, если известно, что хомяки и ежики всегда говорят правду, еноты почти всегда лгут (кроме случая, когда енот сидит между двумя енотами — тогда он правду говорит), а хомяки услышали вопрос по-другому: «Ваши соседи — звери одного вида?».

2. За круглым столом сидели еноты, ежики и хомяки, всего 122 зверя. На вопрос: «Есть ли среди ваших соседей зверь того же вида, что и вы?», - все ответили «Нет.». Какое наибольшее количество ежиков могло сидеть за столом, если известно, что хомяки и ежики всегда говорят правду, еноты почти всегда лгут (кроме случая, когда енот сидит между двумя енотами — тогда он правду говорит), а хомяки услышали вопрос по-другому: «Ваши соседи — звери одного вида?».

3. За круглым столом сидели еноты, ежики и хомяки, всего 134 зверя. На вопрос: «Есть ли среди ваших соседей зверь того же вида, что и вы?», - все ответили «Нет.». Какое наибольшее количество ежиков могло сидеть за столом, если известно, что хомяки и ежики всегда говорят правду, еноты почти всегда лгут (кроме случая, когда енот сидит между двумя енотами —

тогда он правду говорит), а хомяки услышали вопрос по-другому: «Ваши соседи — звери одного вида?».

Примеры записи ответа:

17

Задача 7. (3 балла)

1 вариант: В таблице 10x10 раскрасили 18 клеток и в каждой вершине клетки, не лежащей на границе таблицы, написали количество закрасенных клеток, вершиной которых она является. Какая минимальная сумма могла получиться?

2 вариант: В таблице 9x9 раскрасили 25 клеток и в каждой вершине клетки, не лежащей на границе таблицы, написали количество закрасенных клеток, вершиной которых она является. Какая минимальная сумма могла получиться?

3 вариант: В таблице 11x11 раскрасили 32 клетки и в каждой вершине клетки, не лежащей на границе таблицы, написали количество закрасенных клеток, вершиной которых она является. Какая минимальная сумма могла получиться?

Примеры записи ответа:

17

Задача 8. (3 балла)

1. Решите уравнение в натуральных числах: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}$. В ответе укажите все возможные значения числа x в порядке возрастания или убывания через запятую или точку с запятой.

2. Решите уравнение в натуральных числах: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5}$. В ответе укажите все возможные значения числа x в порядке возрастания или убывания через запятую или точку с запятой.

3. Решите уравнение в натуральных числах: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4}$. В ответе укажите все возможные значения числа x в порядке возрастания или убывания через запятую или точку с запятой.

Примеры записи ответа:

1; 2

1, 2, 3

Задача 9. (4 балла)

1. Из города А в город В выехали Женя, Коля и Антон с одинаковой скоростью. Через 40% пути Женя поехал не туда, и ему потребовалось x минут, чтобы снова выехать на нужную дорогу, уже в другом месте. До города В ему осталось еще 70% дороги, поэтому дальше он поехал со скоростью в три раза большей начальной. Когда Коля проехал в 6 раз больше, чем ему осталось, у него отвалилось колесо, и он вынужден был остановиться на 15 минут, после чего поехал со скоростью в два раза больше начальной. Чему равно x , если известно, что с Антоном ничего не приключилось и все три мальчика приехали в город В одновременно.

2. Из города А в город В выехали Женя, Коля и Антон с одинаковой скоростью. Через 65% пути Женя поехал не туда, и ему потребовалось x минут, чтобы снова выехать на нужную дорогу, уже в другом месте. До города В ему осталось еще 70% дороги, поэтому дальше он поехал со скоростью в три раза большей начальной. Когда Коля проехал в 7 раз больше, чем ему осталось, у него отвалилось колесо, и он вынужден был остановиться на 30 минут, после чего поехал со скоростью в два раза больше начальной. Чему равно x , если известно, что с Антоном ничего не приключилось и все три мальчика приехали в город В одновременно.

3. Из города А в город В выехали Женя, Коля и Антон с одинаковой скоростью. Через 55% пути Женя поехал не туда, и ему потребовалось x минут, чтобы снова выехать на нужную дорогу, уже в другом месте. До города В ему осталось еще 75% дороги, поэтому дальше он поехал со скоростью в три раза большей начальной. Когда Коля проехал в 5 раз больше, чем ему осталось, у него отвалилось колесо, и он вынужден был остановиться на 40 минут, после чего поехал со скоростью в два раза больше начальной. Чему равно x , если известно, что с Антоном ничего не приключилось и все три мальчика приехали в город В одновременно.

Примеры записи ответа:

17

Задача 10. (4 балла)

1. В таблице 8×9 расставлены натуральные числа так, что числа в клетках, имеющих общую сторону или угол, различны. Какое наименьшее значение может принимать сумма чисел во всей таблице?

2. В таблице 7×8 расставлены натуральные числа так, что числа в клетках, имеющих общую сторону или угол, различны. Какое наименьшее значение может принимать сумма чисел во всей таблице?

3. В таблице 10×9 расставлены натуральные числа так, что числа в клетках, имеющих общую сторону или угол, различны. Какое наименьшее значение может принимать сумма чисел во всей таблице?

Примеры записи ответа:

17