7 класс.

Задача 1. (2 балла)

1. В классе «А» девочек больше, чем мальчиков, а всего детей 30. К Новому году дети вырезали снежинки из белой или синей бумаги, а так же некоторые девочки захотели украсить свои снежинки блестками. Мальчик Коля заметил, что 30% всех детей в классе вырезали из синей бумаги, 80% всех девочек решили украсить блестками, а 65% от всех людей с блестками вырезали из белой бумаги. Сколько в итоге получилось белых снежинок без блесток?

Ответ: 8.

2. В классе «В» девочек больше, чем мальчиков, а всего детей 20. К Новому году дети вырезали снежинки из белой или синей бумаги, а так же некоторые девочки захотели украсить свои снежинки блестками. Мальчик Коля заметил, что 30% всех детей в классе вырезали из синей бумаги, 75% всех девочек решили украсить блестками, а 25% от всех людей с блестками вырезали из белой бумаги. Сколько в итоге получилось белых снежинок без блесток?

Ответ: 11.

3. В классе «С» девочек больше, чем мальчиков, а всего детей 25. К Новому году дети вырезали снежинки из белой или синей бумаги, а так же некоторые девочки захотели украсить свои снежинки блестками. Мальчик Коля заметил, что 40% всех детей в классе вырезали из синей бумаги, 60% всех девочек решили украсить блестками, а 75% от всех людей с блестками вырезали из белой бумаги. Сколько в итоге получилось белых снежинок без блесток?

Ответ: 6.

Задача 2. (2 балла)

1. Между городами А и Б ходят три автобуса: обычный, останавливающийся в городах В, Г и Д (именно в таком порядке); скоростной, который останавливается только в городе Г и экспресс, который нигде по дороге не останавливается.
Все автобусы едут по разным дорогам, с постоянной скоростью, и проезжают между любыми двумя остановками за целое число часов. Участки дорог между остановками прямые. Обычный автобус проезжает от А до Б за 22 часа (без учёта времени, потраченного на остановки). Какое наибольшее время (в часах) может занимать путь экспресса от А до Б?

Ответ: 19

2. Между городами А и Б ходят три автобуса: обычный, останавливающийся в городах В, Г и Д (именно в таком порядке); скоростной, который останавливается только в городе Г и экспресс, который нигде по дороге не останавливается.
Все автобусы едут по разным дорогам, с постоянной скоростью, и проезжают между любыми двумя остановками за целое число часов. Участки дорог между остановками прямые. Обычный автобус проезжает от А до Б за 21 час (без учёта времени, потраченного на остановки). Какое наибольшее время (в часах) может занимать путь экспресса от А до Б?

Ответ: 18

3. Между городами А и Б ходят три автобуса: обычный, останавливающийся в городах В, Г и Д (именно в таком порядке); скоростной, который останавливается только в городе Г и экспресс, который нигде по дороге не останавливается.
Все автобусы едут по разным дорогам, с постоянной скоростью, и проезжают между любыми двумя остановками за целое число часов. Участки дорог между остановками прямые. Обычный автобус проезжает от А до Б за 20 часов (без учёта времени, потраченного на остановки). Какое наибольшее время (в часах) может занимать путь экспресса от А до Б?

Ответ: 17

Задача 3. (2 балла)

1. Найдите наибольшее четырёхзначное число без нулей, произведение цифр которого делится на их сумму.

Ответ: 9981

2. Найдите наименьшее четырёхзначное число без нулей, произведение цифр которого делится на их сумму.

Ответ: 1124

3. Найдите наибольшее четырёхзначное число, которое делится на сумму своих цифр.

Ответ: 9990

Примеры записи ответов:
1444

Задача 4. (3 балла)

1. В часовой мастерской некоторое количество электронных часов (больше, чем одни), показывающих время в 24-часовом формате. Все они идут с одинаковой скоростью, но показывают абсолютно разное время: число часов на экране любых двух различных часов различно, число минут тоже.
Однажды мастер сложил количество часов на экранах всех имеющихся часов, затем сложил количество минут на экранах всех имеющихся часов и запомнил два получившихся числа. Спустя некоторое время он сделал то же самое ещё раз и обнаружил, что и суммарное количество часов, и суммарное количество минут уменьшились на 1. Какое наименьшее количество электронных часов могло быть в мастерской?

Ответ: 7

2. В часовой мастерской некоторое количество электронных часов (больше, чем одни), показывающих время в 24-часовом формате. Все они идут с одинаковой скоростью, но показывают абсолютно разное время: число часов на экране любых двух различных часов различно, число минут тоже.
Однажды мастер сложил количество часов на экранах всех имеющихся часов, затем сложил количество минут на экранах всех имеющихся часов и запомнил два получившихся числа. Спустя некоторое время он сделал то же самое ещё раз и обнаружил, что и суммарное

количество часов, и суммарное количество минут уменьшились на 1. Какое наибольшее количество электронных часов могло быть в мастерской?

Ответ: 23

3. В часовой мастерской некоторое количество электронных часов (больше, чем одни), показывающих время в 12-часовом формате (число часов на экране часов меняется от 1 до 12) . Все они идут с одинаковой скоростью, но показывают абсолютно разное время: число часов на экране любых двух различных часов различно, число минут тоже.
Однажды мастер сложил количество часов на экранах всех имеющихся часов, затем сложил количество минут на экранах всех имеющихся часов и запомнил два получившихся числа. Спустя некоторое время он сделал то же самое ещё раз и обнаружил, что и суммарное количество часов, и суммарное количество минут уменьшились на 1. Какое наибольшее количество электронных часов могло быть в мастерской?

Ответ: 11

Примеры записи ответов:
14

Задача 5. (3 балла)

1. Дан прямоугольник ABCD. Длина стороны BC в полтора раза больше длины стороны AB. Точка M — середина стороны AB. Точка K на стороне AD такова, что DK = BM. Точка L — пересечение прямой CK и серединного перпендикуляра к отрезку AK. Известно, что MK = 5. Найдите длину отрезка CL.
(Прямоугольник — такая фигура, что его противоположные стороны равны, а углы составляют по 90°.)

Ответ: 10

2. Дан прямоугольник ABCD. Длина стороны AD в полтора раза больше длины стороны AB. Точка M — середина стороны CD. Точка N на стороне BC такова, что BN = DM. Точка K — пересечение прямой AN и серединного перпендикуляра к отрезку CN. Известно, что MN = 6. Найдите длину отрезка AK.
(Прямоугольник — такая фигура, что его противоположные стороны равны, а углы составляют по 90°.)

Ответ: 12

3. Дан прямоугольник ABCD. Длина стороны BC в полтора раза меньше длины стороны AB. Точка K — середина стороны AD. Точка L на стороне CD такова, что CL = AK. Точка M — пересечение прямой BL и серединного перпендикуляра к отрезку DL. Известно, что KL = 4. Найдите длину отрезка BM.
(Прямоугольник — такая фигура, что его противоположные стороны равны, а углы составляют по 90°.)

Ответ: 8

Примеры записи ответов:
14

Задача 6. (3 балла)

1. На горке 6 девочек катаются паровозиком. Сколькими различными способами они могут съехать, если две девочки поссорились и не хотят сидеть рядом друг с другом?

Ответ:480

2. На горке 4 девочки и 2 мальчика катаются паровозиком. Сколькими различными способами они могут съехать, если одна из девочек очень стесняется сидеть между двумя мальчиками?

Ответ: 672

3. На горке 6 детей катаются паровозиком. Сколькими различными способами они могут съехать, если один из детей со странностями и считает, что ему ехать на четных местах противопоказано.

Ответ: 360

Задача 7. (3 балла)

1. Найдите количество решений уравнения $xy+2x+13y=4$ в целых числах (т. е. количество пар целых чисел (x, y) которые удовлетворяют данному равенству).

Ответ: 16

2. Найдите количество решений уравнения $xy+3x+11y=3$ в целых числах (т. е. количество пар целых чисел (x, y) которые удовлетворяют данному равенству).

Ответ: 18

3. Найдите количество решений уравнения $xy+5x+7y=29$ в целых числах (т. е. количество пар целых чисел (x, y) которые удовлетворяют данному равенству).

Ответ: 14

Задача 8. (3 балла)

1. На окружности расположены 4 точки. Длины кратчайших путей между любыми двумя из них, измеренные по окружности — различные натуральные числа. Найдите наименьшую возможную длину окружности.

Ответ: 12

2. На окружности расположены 4 точки. Длины кратчайших путей между любыми двумя из них, измеренные по окружности — различные чётные числа. Найдите наименьшую возможную длину окружности.

Ответ: 24

3. На отрезке отметили обе вершины и ещё три какие-то точки. Расстояния между любыми

двумя точками различны. Найдите наименьшую возможную длину отрезка.

Ответ: 11

Задача 9. (3 балла)

1. На острове живут три племени: Мумба, Юмба и Тумба. Островитяне из племени Мумба врут островитянам племени Тумба и говорят правду островитянам племени Юмба. Островитяне из племени Тумба врут островитянам племени Юмба и говорят правду островитянам племени Мумба. Островитяне из племени Юмба врут островитянам племени Мумба и говорят правду островитянам племени Тумба. С членами своего племени островитяне не разговаривают.
Однажды за круглым столом собрались 300 островитян и каждым сказал своему соседу слева: «Я из племени Мумба». А сколько на самом деле было островитян из племени Мумба?

Ответ: 150

2. На острове живут три племени: Мумба, Юмба и Тумба. Островитяне из племени Мумба врут островитянам племени Тумба и говорят правду островитянам племени Юмба. Островитяне из племени Тумба врут островитянам племени Юмба и говорят правду островитянам племени Мумба. Островитяне из племени Юмба врут островитянам племени Мумба и говорят правду островитянам племени Тумба. С членами своего племени островитяне не разговаривают.
Однажды за круглым столом собрались 240 островитян и каждым сказал своему соседу слева: «Я из племени Юмба». А сколько на самом деле было островитян из племени Юмба?

Ответ: 120

3. На острове живут три племени: Мумба, Юмба и Тумба. Островитяне из племени Мумба врут островитянам племени Юмба и говорят правду островитянам племени Тумба. Островитяне из племени Тумба врут островитянам племени Мумба и говорят правду островитянам племени Юмба. Островитяне из племени Юмба врут островитянам племени Тумба и говорят правду островитянам племени Мумба. С членами своего племени островитяне не разговаривают.
Однажды за круглым столом собрались 150 островитян и каждым сказал своему соседу слева: «Я из племени Тумба». А сколько на самом деле было островитян из племени Тумба?

Ответ: 75

Задача 10. (4 балла)

1. Клетчатая таблица 7x7 заполнена неотрицательными числами. Известно, что в каждой (вертикальной или горизонтальной) полоске 1x3 сумма чисел равна 12. Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел во всей таблице?

Ответ: 204

2. Клетчатая таблица 13x13 заполнена неотрицательными числами. Известно, что в каждой (вертикальной или горизонтальной) полоске 1x3 сумма чисел равна 10. Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел во всей таблице?

Ответ: 570

3. Клетчатая таблица 10x10 заполнена неотрицательными числами. Известно, что в каждой (вертикальной или горизонтальной) полоске 1x3 сумма чисел равна 9. Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел во всей таблице?

Ответ: 306

Примеры записи ответов:
14