

Задания второго отборочного этапа

11 класс

Задача 1. (2 балла)

1. Функция $f(x)$ такова, что $f(x+1) + f(x-1) = 2,5f(x)$. Известно, что $f(0) = 2$, а $f(3) = -15,5$.
Найдите $f(2)$.

Ответ: -7.

2. Функция $f(x)$ такова, что $f(x+1) + f(x-1) = 4,25f(x)$. Известно, что $f(1) = -15$, а $f(4) = 63,75$.
Найдите $f(3)$.

Ответ: 15

3. Функция $f(x)$ такова, что $f(x+1) + f(x-1) = 5,2f(x)$. Известно, что $f(0) = -98$, а $f(3) = 249,2$.
Найдите $f(1)$.

Ответ: -10

Примеры записи ответов:

17

-1,7

1/7

Задача 2. (2 балла)

1. Сколько целочисленных решений имеет уравнение $x^{(y^z)} = 2^{16}$ при y^z не равном 1?

Ответ: 22

2. Сколько целочисленных решений имеет уравнение $x^{(y^z)} = 2^{81}$ при y^z не равном 1?

Ответ: 11

3. Сколько целочисленных решений имеет уравнение $x^{(y^z)} = 2^{12}$ при y^z не равном 1?

Ответ: 13

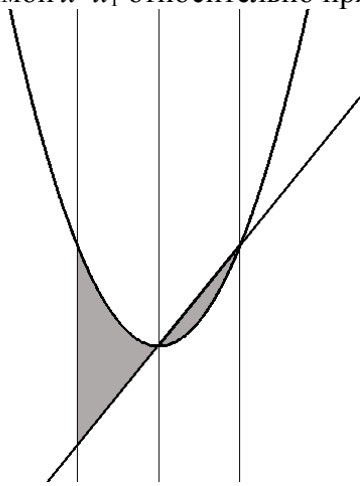
Примеры записи ответов:

17

Задача 3. (2 балла)

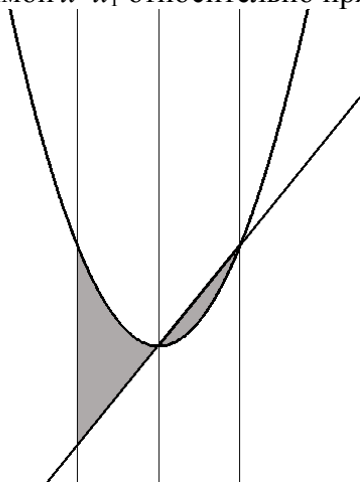
1. Графики квадратного трёхчлена с положительным старшим коэффициентом 5 и его производной пересекаются в вершине параболы с абсциссой x_0 и ещё одной точке с абсциссой x_1 . Найдите суммарную площадь обеих ограниченных областей, получающей при разрезании плоскости по графикам трёхчлена, его производной и прямой, симметричной

прямой $x=x_1$ относительно прямой $x=x_0$ (см. рисунок).



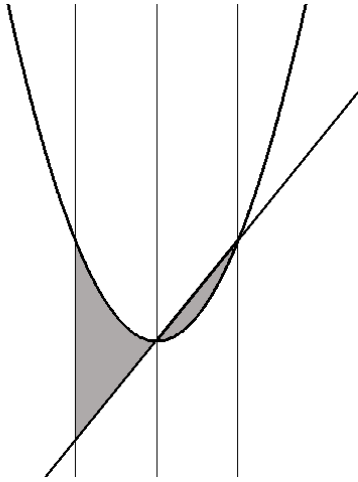
Ответ: 40

2. Графики квадратного трёхчлена с положительным старшим коэффициентом 10 и его производной пересекаются в вершине параболы с абсциссой x_0 и ещё одной точке с абсциссой x_1 . Найдите суммарную площадь обеих ограниченных областей, получающей при разрезании плоскости по графикам трёхчлена, его производной и прямой, симметричной прямой $x=x_1$ относительно прямой $x=x_0$ (см. рисунок).



Ответ: 80

1. Графики квадратного трёхчлена с положительным старшим коэффициентом 2 и его производной пересекаются в вершине параболы с абсциссой x_0 и ещё одной точке с абсциссой x_1 . Найдите суммарную площадь обеих ограниченных областей, получающей при разрезании плоскости по графикам трёхчлена, его производной и прямой, симметричной прямой $x=x_1$ относительно прямой $x=x_0$ (см. рисунок).



Ответ: 16

Примеры записи ответов:

17
-1,7
1/7

Задача 4. (3 балла)

1. Ночью пошел снег и равномерно покрыл круглую площадку радиусом полтора метра слоем высотой полметра. Какой максимальной высоты (в метрах) дети могут слепить снеговика, если считать, что снеговик — это два шара, один поставлен на другой. Изменением плотности снега при скатывании снеговика пренебречь.

Ответ: 3.

2. Ночью пошел снег и равномерно покрыл круглую площадку радиусом два метра слоем высотой 1,8 сантиметра. Какой максимальной высоты (в сантиметрах) дети могут слепить снеговика, если считать, что снеговик — это два шара, один поставлен на другой. Изменением плотности снега при скатывании снеговика пренебречь.

Ответ: 120

3. Ночью пошел снег и равномерно покрыл круглую площадку радиусом пять метров слоем высотой 36 сантиметров. Какой максимальной высоты (в метрах) дети могут слепить снеговика, если считать, что снеговик — это два шара, один поставлен на другой. Изменением плотности снега при скатывании снеговика пренебречь.

Ответ: 6

Примеры записи ответов:

17
1,7
1/7

Задача 5. (3 балла)

1. На какое наименьшее количество прямоугольных трапеций можно разбить правильный треугольник?

Ответ: 6

2. На какое наименьшее количество прямоугольных трапеций можно разбить прямоугольный равнобедренный треугольник?

Ответ: 4

3. На какое наименьшее количество равнобедренных трапеций можно разбить прямоугольник, составленный из двух квадратов?

Ответ: 8

Примеры записи ответов:

17

Задача 6. (3 балла)

1. Найдите значение выражения

$$\frac{\cos 0,000001^\circ + \cos 0,000003^\circ + \cos 0,000005^\circ + \dots + \cos 29,999999^\circ}{\sin 0,000001^\circ + \sin 0,000003^\circ + \sin 0,000005^\circ + \dots + \sin 29,999999^\circ}$$

Ответ не округляйте. Для записи квадратного корня используйте знак «?».

Ответ: 2+?3 || ?3+2

2. Найдите значение выражения

$$\frac{\cos 0,000001^\circ + \cos 0,000003^\circ + \cos 0,000005^\circ + \dots + \cos 44,999999^\circ}{\sin 0,000001^\circ + \sin 0,000003^\circ + \sin 0,000005^\circ + \dots + \sin 44,999999^\circ}$$

Ответ не округляйте. Для записи квадратного корня используйте знак «?».

Ответ: 1+?2 || ?2+1

3. Найдите значение выражения

$$\frac{\sin 30,000001^\circ + \sin 30,000003^\circ + \sin 30,000005^\circ + \dots + \sin 59,999999^\circ}{\sin 0,000001^\circ + \sin 0,000003^\circ + \sin 0,000005^\circ + \dots + \sin 29,999999^\circ}$$

Ответ не округляйте. Для записи квадратного корня используйте знак «?».

Ответ: 1+?3 || ?3+1

Примеры записи ответов:

17

-1,7

1/7

1+?7

Задача 7. (3 балла)

1. Даны две геометрические прогрессии, одна из десяти членов, другая из девяти. Оказалось, что все эти 19 чисел различны и являются членами некоторой положительной арифметической прогрессии. Какое наименьшее количество членов может быть в этой арифметической прогрессии?

Ответ: 768

2. Даны две геометрические прогрессии, одна из десяти членов, другая из одиннадцати, всего 21 различное число. Оказалось, что все эти числа являются членами некоторой положительной арифметической прогрессии. Какое наименьшее количество членов может быть в этой арифметической прогрессии?

Ответ: 1536

3. Даны две геометрические прогрессии, одна из восьми членов, другая из девяти. Оказалось, что все эти 17 чисел различны и являются членами некоторой положительной арифметической прогрессии. Какое наименьшее количество членов может быть в этой арифметической прогрессии?

Ответ: 384

Примеры записи ответов:

17

Задача 8. (3 балла)

1. Дан параллелограмм $ABCD$ с углом $A=30^\circ$. Описанные окружности треугольников ABD и CBD пересекают диагональ AC в двух точках, которые делят её на три равные части. Найдите отношение большей стороны параллелограмма к меньшей.

Ответ не округляйте. Для записи квадратного корня используйте знак «?».

Ответ: $\sqrt{3}+\sqrt{2} \parallel \sqrt{2}+\sqrt{3}$

2. Дан параллелограмм $ABCD$ с углом $\arccos \frac{\sqrt{3}}{3}$. Описанные окружности треугольников ABD и CBD пересекают диагональ AC в двух точках, которые делят её на три равные части. Найдите отношение большей стороны параллелограмма к меньшей.

Ответ не округляйте. Для записи квадратного корня используйте знак «?».

Ответ: $\sqrt{3}$

3. Дан параллелограмм $ABCD$ с углом $A=45^\circ$. Описанные окружности треугольников ABD и CBD пересекают диагональ AC в двух точках, которые делят её на три равные части. Найдите отношение большей стороны параллелограмма к меньшей.

Ответ не округляйте. Для записи квадратного корня используйте знак «?».

Ответ: $1+\sqrt{2} \parallel \sqrt{2}+1$

Примеры записи ответов:

17
-1,7
1/7
1+?7

Задача 9. (4 балла)

1. Найдите общую длину всех промежутков положительных решений неравенства $3^{\{x\}} < 6$.
6. Квадратные скобки обозначают целую часть, фигурные — дробную.

Ответ: 3

2. Найдите общую длину всех промежутков положительных решений неравенства $4^{\{x\}} < 6$.
6. Квадратные скобки обозначают целую часть, фигурные — дробную.

Ответ: 2,5 || 5/2

3. Найдите общую длину всех промежутков положительных решений неравенства $5^{\{x\}} < 15$.
15. Квадратные скобки обозначают целую часть, фигурные — дробную.

Ответ: 2,75 || 11/4

Примеры записи ответов:

17
1,7
1/7

Задача 10. (5 баллов)

1. По кругу были написаны 65 (не обязательно целых) чисел от 10 до 100 включительно. От каждого числа взяли логарифм по основанию следующего за ним по часовой стрелке, после чего все полученные логарифмы сложили. Какое наибольшее значение может принимать сумма этих логарифмов?

Ответ: 81

2. По кругу были написаны 55 (не обязательно целых) чисел от 10 до 1000 включительно. От каждого числа взяли логарифм по основанию следующего за ним по часовой стрелке, после чего все полученные логарифмы сложили. Какое наибольшее значение может принимать сумма этих логарифмов?

Ответ: 91

3. По кругу были написаны 129 (не обязательно целых) чисел от 5 до 25 включительно. От каждого числа взяли логарифм по основанию следующего за ним по часовой стрелке, после чего все полученные логарифмы сложили. Какое наибольшее значение может принимать сумма этих логарифмов?

Ответ: 161

Примеры записи ответов:

17
-1,7
1/7

10 класс

Задача 1. (1 балл)

1. Какое наибольшее значение может принимать сумма $\sin^2 a + \sin^2(a+45^\circ) + \sin^2(a+90^\circ) + \dots + \sin^2(a+315^\circ)$?

Ответ: 4

2. Какое наибольшее значение может принимать сумма $\sin^2 a + \sin^2(a+30^\circ) + \sin^2(a+60^\circ) + \dots + \sin^2(a+330^\circ)$?

Ответ: 6

3. Какое наибольшее значение может принимать сумма $\sin^2 a + \sin^2(a+60^\circ) + \sin^2(a+120^\circ) + \dots + \sin^2(a+300^\circ)$?

Ответ: 3

Примеры записи ответа:

1,7
1/7
17

Задача 2. (3 балла)

1. Все семизначные числа, состоящие из различных цифр от 1 до 7, выписали в порядке возрастания. Каким по счёту идёт число 5143276?

Ответ: 2936

2. Все семизначные числа, состоящие из различных цифр от 1 до 7, выписали в порядке возрастания. Каким по счёту идёт число 2376154?

Ответ: 956

3. Все семизначные числа, состоящие из различных цифр от 1 до 7, выписали в порядке возрастания. Каким по счёту идёт число 3241765?

Ответ: 1590

Примеры записи ответа:

1,7