8 класс

Задача 1. (1 балл)

1. На плоскости даны точки $A(-3,1)$, $B(0,4)$, $C(1,0)$, $D(-1,-2)$. Чему равна площадь фигуры $ABCD$?

Ответ: 12,5.

2. На плоскости даны точки $A(-3,1)$, $B(0,3)$, $C(2,0)$, $D(-2,-1)$. Чему равна площадь фигуры $ABCD$?

Ответ: 11.

3. На плоскости даны точки $A(-2,0)$, $B(-1,4)$, $C(1,3)$, $D(0,-2)$. Чему равна площадь фигуры $ABCD$?

Ответ: 10,5.

Примеры записи ответов:
17
1/7
1,7

Задача 2. (2 балла)

1. У мальчика Коли есть 100 рублей. Если бы цены после Нового года поднялись на y процентов, то он смог бы купить себе 2 шоколадки, а если бы цены опустились на y процентов, то — 5 шоколадок. Сколько стоила одна шоколадка до Нового года?

Ответ: 35.

2. У мальчика Коли есть 100 рублей. Если бы цены после Нового года поднялись на y процентов, то он смог бы купить себе 2 шоколадки, а если бы цены опустились на y процентов, то — 10 шоколадок. Сколько стоила одна шоколадка до Нового года?

Ответ: 30.

3. У мальчика Коли есть 100 рублей. Если бы цены после Нового года поднялись на y процентов, то он смог бы купить себе 5 шоколадки, а если бы цены опустились на y процентов, то — 10 шоколадок. Сколько стоила одна шоколадка до Нового года?

Ответ: 15.

Задача 3. (2 балла)

1. Дан равносторонний треугольник ABC. Внутри него взята точка D так, что она разбивает треугольник ABC на три треугольника ABD, BCD, ACD так, что один из них прямоугольный, а еще один — равнобедренный треугольник с углом при вершине 130 градусов. Найдите все возможные значения угла BCD в градусах. В ответе перечислите их в порядке возрастания через точку с запятой.

Ответ: 5, 25, 35, 55 || 5; 25; 35; 55

2. Дан равносторонний треугольник ABC. Внутри него взята точка D так, что она разбивает треугольник ABC на три треугольника ABD, BCD, ACD так, что один из них прямоугольный, а еще один — равнобедренный треугольник с углом при вершине 140 градусов. Найдите все возможные значения угла BCD в градусах. В ответе перечислите их в порядке возрастания через точку с запятой.

Ответ: 10, 20, 40, 50 || 10; 20; 40; 50

3. Дан равносторонний треугольник ABC. Внутри него взята точка D так, что она разбивает треугольник ABC на три треугольника ABD, BCD, ACD так, что один из них прямоугольный, а еще один — равнобедренный треугольник с углом при вершине 172 градуса. Найдите все возможные значения угла BCD в градусах. В ответе перечислите их в порядке возрастания через точку с запятой.

Ответ: 4, 26, 34, 56 || 4; 26; 34; 56

Задача 4. (2 балла)

1. Дан четырехугольник $ABCD$. Известно, что AB=3, BD=8, AC=4, CD=4. Известно, что хотя бы одна из двух неизвестных сторон четырехугольника ABCD так же целая. Найдите, чему она может быть равна. В ответе укажите все подходящие значения в порядке возрастания через точку с запятой.

Ответ: 5, 6, 7.

2. Дан четырехугольник *ABCD*. Известно, что *BC*=4, *BD*=9, *AC*=5, *AD*=3. Известно, что хотя бы одна из двух неизвестных сторон четырехугольника *ABCD* так же целая. Найдите, чему она может быть равна. В ответе укажите все подходящие значения в порядке возрастания через точку с запятой.

Ответ: 6, 7, 8.

3. Дан четырехугольник *ABCD*. Известно, что *AB*=2, *BC*=4, *AD*=6, *CD*=3. Известно, что хотя бы одна из двух диагоналей имеет целую длину, найдите, чему она может быть равна В ответе укажите все подходящие значения в порядке возрастания через точку с запятой.

Ответ: 4, 5, 6.

Задача 5. (3 балла)

1. Пятизначное число АБВГД, состоящее из различных цифр, делится как на трёхзначное число ВГД, так и на двузначное числе АБ. Найдите наибольшее возможное значение АБВГД.

Ответ: 97485

2. Чётное пятизначное число АБВГД, состоящее из различных цифр, делится как на трёхзначное число ВГД, так и на двузначное числе АБ. Найдите наибольшее возможное значение АБВГД.

Ответ: 96480

3. Пятизначное число АБВГД, состоящее из различных цифр, делится как на трёхзначное число ВГД, так и на двузначное числе АБ. Найдите наименьшее возможное значение АБВГД.

Ответ: 12480

<u>Примеры записи ответов:</u>
12345

Задача 6. (3 балла)

1. В стране Альфа 95 городов. Известно, что число дорог, выходящих из каждого города, составное. Также известно, что если есть дорога из города А в город В и из города В в город С, то тогда есть дорога и из города А в город С. Какое минимальное количество дорог может быть в стране?

Ответ: 99

2. В стране Бета 98 городов. Известно, что число дорог, выходящих из каждого города, составное. Также известно, что если есть дорога из города А в город В и из города В в город С, то тогда есть дорога и из города А в город С. Какое минимальное количество дорог может быть в стране?

Ответ: 102

3. В стране Гамма 92 города. Известно, что число дорог, выходящих из каждого города, составное. Также известно, что если есть дорога из города A в город B и из города B в город C, то тогда есть дорога и из города A в город C. Какое минимальное количество дорог может быть в стране?

Ответ: 96

<u>Примеры записи ответов:</u>
17

Задача 7. (4 балла)

1. Даны два квадратных уравнения со старшим коэффициентом 1. Разность между корнями первого равна 1, разность между корнями второго равна 7. Какое наибольшее значение может принимать разность между корнями суммы этих уравнений?

Ответ: 5

2. Даны два квадратных уравнения со старшим коэффициентом 1. Разность между корнями первого равна 7, разность между корнями второго равна 17. Какое наибольшее значение может принимать разность между корнями суммы этих уравнений?

Ответ: 13

3. Даны два квадратных уравнения со старшим коэффициентом 1. Разность между корнями первого равна 17, разность между корнями второго равна 31. Какое набольшее значение может принимать разность между корнями суммы этих уравнений?

Ответ: 25

<u>Примеры записи ответов:</u>
17
1/7
1,7

Задача 8. (4 балла)

1. На Загадочном Острове прошёл турнир по настольному теннису в один круг (т. е. каждый сыграл с каждым один раз). После каждой игры оба участника по отдельности подходили к Главному Судье и сообщали ему результат. При этом среди участников были люди только трёх видов: рыцари, всегда говорящие правду, лжецы, которые всегда лгут, и политики, которые всегда говорят то, что им выгодно — каждый политик после каждой игры утверждал, что он выиграл.
После турнира оказалось, что Главный Судья инкогнито посетил несколько игр, в результате чего ему повезло, и он не только смог вычислить результаты всех матчей, но и узнать, что политиков было ровно четверо. Какое наименьшее количество игр он мог посетить?
(Ничьих в настольном теннисе не бывает. Главный Судья заранее не знал, кто из игроков к какому типу принадлежит, и не получал информацию никакими другими способами, кроме описанных в условии)

Ответ: 7

2. На Сказочном Острове прошёл турнир по настольному теннису в один круг (т. е. каждый сыграл с каждым один раз). После каждой игры оба участника по отдельности подходили к Главному Судье и сообщали ему результат. При этом среди участников были люди только трёх видов: рыцари, всегда говорящие правду, лжецы, которые всегда лгут, и политики, которые всегда говорят то, что им выгодно — каждый политик после каждой игры утверждал, что он выиграл.
После турнира оказалось, что Главный Судья инкогнито посетил несколько игр, в результате чего ему повезло, и он не только смог вычислить результаты всех матчей, но и узнать, что политиков было ровно пятеро. Какое наименьшее количество игр он мог посетить?
(Ничьих в настольном теннисе не бывает. Главный Судья заранее не знал, кто из игроков к какому типу принадлежит, и не получал информацию никакими другими способами, кроме описанных в условии)

Ответ: 11

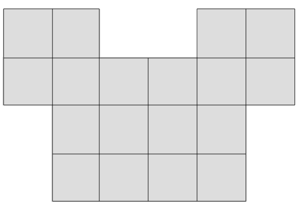
3. Острове Невезения прошёл турнир по настольному теннису в один круг (т. е. каждый сыграл с каждым один раз). После каждой игры оба участника по отдельности подходили к Главному Судье и сообщали ему результат. При этом среди участников были люди только трёх видов: рыцари, всегда говорящие правду, лжецы, которые всегда лгут, и политики, которые всегда говорят то, что им выгодно — каждый политик после каждой игры утверждал, что он выиграл.
После турнира оказалось, что Главный Судья инкогнито посетил несколько игр, в результате чего ему повезло, и он не только смог вычислить результаты всех матчей, но и узнать, что политиков было ровно шестеро. Какое наименьшее количество игр он мог посетить?
(Ничьих в настольном теннисе не бывает. Главный Судья заранее не знал, кто из игроков к какому типу принадлежит, и не получал информацию никакими другими способами, кроме описанных в условии)

Ответ: 16

Примеры записи ответов:
17

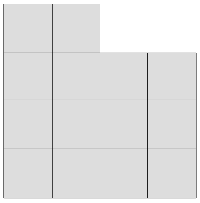
Задача 9. (4 балла)

1. Сколько существует способов разбить данную фигуру на прямоугольники 1x2?



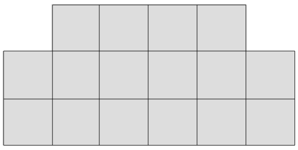
Ответ: 24

2. Сколько существует способов разбить данную фигуру на прямоугольники 1x2?



Ответ: 18

3. Сколько существует способов разбить данную фигуру на прямоугольники 1x2?



Ответ: 20

Задача 10. (4 балла)

1. Изначально на доске было записано число, состоящее из тысячи девяток. С числом разрешается производить следующие операции: вычёркивать из него единицу, семёрку или четвёрку, либо уменьшить любые три цифры, большие единицы, на один.
После некоторого количества таких операций у Васи появилось число, к которому ни одна из них не применима. Какое наибольшее число могло остаться у Васи?

Ответ: 88

2. Изначально на доске было записано число, состоящее из тысячи восьмёрок. С числом разрешается производить следующие операции: вычёркивать из него единицу, семёрку или четвёрку, либо уменьшить любые три цифры, большие единицы, на один.
После некоторого количества таких операций у Васи появилось число, к которому ни одна из них не применима. Какое наибольшее число могло остаться у Васи?

Ответ: 66

3. Изначально на доске было записано число, состоящее из тысячи девяток. С числом разрешается производить следующие операции: вычёркивать из него двойку, пятёрку или восьмёрку, либо уменьшить любые три цифры, большие 2, на один.
После некоторого количества таких операций у Васи появилось число, к которому ни одна из них не применима. Какое наибольшее число могло остаться у Васи?

Ответ: 77