

7 класс

Задача 1. (1 балл)

1. На какое наименьшее количество квадратов можно разрезать прямоугольник 6×10 ?

Ответ: 4

2. На какое наименьшее количество квадратов можно разрезать прямоугольник 8×10 ?

Ответ: 5

3. На какое наименьшее количество квадратов можно разрезать прямоугольник 7×9 ?

Ответ: 6

Задача 2. (2 балла)

1. У мальчика Коли есть 100 рублей. Если бы цены после Нового года поднялись на u процентов, то он смог бы купить себе 2 шоколадки, а если бы цены опустились на u процентов, то — 5 шоколадок. Сколько стоила одна шоколадка до Нового года?

Ответ: 35.

2. У мальчика Коли есть 100 рублей. Если бы цены после Нового года поднялись на u процентов, то он смог бы купить себе 2 шоколадки, а если бы цены опустились на u процентов, то — 10 шоколадок. Сколько стоила одна шоколадка до Нового года?

Ответ: 30.

3. У мальчика Коли есть 100 рублей. Если бы цены после Нового года поднялись на u процентов, то он смог бы купить себе 5 шоколадки, а если бы цены опустились на u процентов, то — 10 шоколадок. Сколько стоила одна шоколадка до Нового года?

Ответ: 15.

Задача 3. (2 балла)

1. Сколько существует трёхзначных чисел, состоящих из различных цифр таких, что первая цифра делится на вторую, а вторая на третью?

Ответ: 7

2. Сколько существует четырёхзначных чисел, состоящих из различных цифр таких, что каждая следующая цифра делится на предыдущую?

Ответ: 8

3. Сколько существует двузначных чисел, состоящих из различных цифр таких, что первая цифра делится на вторую?

Ответ: 14

Задача 4. (3 балла)

1. Четырёхзначное число АБВГ, состоящее из различных цифр, делится как на двузначное число ВГ, так и на двузначное число АБ. Найдите наибольшее возможное значение АБВГ.

Ответ: 4896

2. Нечётное четырёхзначное число АБВГ, состоящее из различных цифр, делится как на двузначное число ВГ, так и на двузначное число АБ. Найдите наименьшее возможное значение АБВГ.

Ответ: 1365

3. Четырёхзначное число АБВГ, состоящее из различных цифр, делится как на двузначное число ВГ, так и на двузначное число АБ. Найдите наименьшее возможное значение АБВГ.

Ответ: 1248

Примеры записи ответов:

1234

Задача 5. (3 балла)

1. Дан равносторонний треугольник ABC . Внутри него взята точка D так, что она разбивает треугольник ABC на три треугольника ABD , BCD , ACD так, что один из них прямоугольный, а еще один — равнобедренный треугольник с углом при вершине 130 градусов. Найдите наименьшее и наибольшее возможные значения угла BCD в градусах.

Считать известным, что сумма углов треугольника равна 180 градусам.

Ответ: 5, 55 || 5; 55 || 55, 5 || 55; 5

2. Дан равносторонний треугольник ABC . Внутри него взята точка D так, что она разбивает треугольник ABC на три треугольника ABD , BCD , ACD так, что один из них прямоугольный, а еще один — равнобедренный треугольник с углом при вершине 140 градусов. Найдите наименьшее и наибольшее возможные значения угла BCD в градусах.

Считать известным, что сумма углов треугольника равна 180 градусам.

Ответ: 10, 50 || 10; 50 || 50, 10 || 50; 10

3. Дан равносторонний треугольник ABC . Внутри него взята точка D так, что она разбивает треугольник ABC на три треугольника ABD , BCD , ACD так, что один из них прямоугольный, а еще один — равнобедренный треугольник с углом при вершине 172 градуса. Найдите наименьшее и наибольшее возможные значения угла BCD в градусах.

Считать известным, что сумма углов треугольника равна 180 градусам.

Ответ: 4, 56 || 4; 56 || 56, 4 || 56; 4

Задача 6. (3 балла)

1. Найдите все натуральные числа a, b, c удовлетворяющие уравнениям $abc = 60$, $(a+1)(b+1)(c+1)=120$. В ответе укажите все возможные значения числа a в порядке возрастания через точку с запятой.

Ответ: 3; 4; 5 || 3, 4, 5

2. Найдите все натуральные числа a, b, c удовлетворяющие уравнениям $abc = 100$, $(a+1)(b+1)(c+1)=198$. В ответе укажите все возможные значения числа a в порядке возрастания через точку с запятой.

Ответ: 2; 5; 10 || 2, 5, 10

3. Найдите все натуральные числа a, b, c удовлетворяющие уравнениям $abc = 80$, $(a+1)(b+1)(c+1)=162$. В ответе укажите все возможные значения числа a в порядке возрастания через точку с запятой.

Ответ: 2; 5; 8 || 2, 5, 8

Задача 7. (3 балла)

1. Дан четырехугольник $ABCD$. Известно, что $AB=3$, $BD=8$, $AC=4$, $CD=4$. Известно, что хотя бы одна из двух неизвестных сторон четырехугольника $ABCD$ так же целая. Найдите, чему она может быть равна. В ответе укажите все подходящие значения в порядке возрастания через точку с запятой.

Ответ: 5, 6, 7 || 5; 6; 7

2. Дан четырехугольник $ABCD$. Известно, что $BC=4$, $BD=9$, $AC=5$, $AD=3$. Известно, что хотя бы одна из двух неизвестных сторон четырехугольника $ABCD$ так же целая. Найдите, чему она может быть равна. В ответе укажите все подходящие значения в порядке возрастания через точку с запятой.

Ответ: 6, 7, 8 || 6; 7; 8

3. Дан четырехугольник $ABCD$. Известно, что $AB=2$, $BC=4$, $AD=6$, $CD=3$. Известно, что хотя бы одна из двух диагоналей имеет целую длину. Найдите, чему она может быть равна В ответе укажите все подходящие значения в порядке возрастания через точку с запятой.

Ответ: 4, 5, 6 || 4; 5; 6

Задача 8. (4 балла)

1. В стране Альфа 89 городов. Известно, что из каждого города выходит хотя бы 2 дороги. Так же известно, что если есть дорога из города А в город В и из города В в город С, то тогда есть дорога

и из города А в город С. Какое минимальное количество дорог может быть в стране?

Ответ: 93

2. В стране Бета 86 городов. Известно, что из каждого города выходит хотя бы 2 дороги. Так же известно, что если есть дорога из города А в город В и из города В в город С, то тогда есть дорога и из города А в город С. Какое минимальное количество дорог может быть в стране?

Ответ: 90

3. В стране Гамма 83 города. Известно, что из каждого города выходит хотя бы 2 дороги. Так же известно, что если есть дорога из города А в город В и из города В в город С, то тогда есть дорога и из города А в город С. Какое минимальное количество дорог может быть в стране?

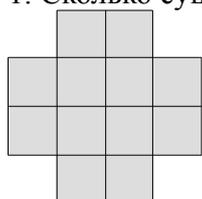
Ответ: 87

Примеры записи ответов:

17

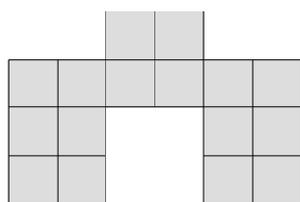
Задача 9. (4 балла)

1. Сколько существует способов разбить данную фигуру на прямоугольники 1×2 ?



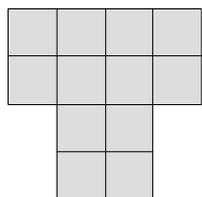
Ответ: 8

2. Сколько существует способов разбить данную фигуру на прямоугольники 1×2 ?



Ответ: 18

3. Сколько существует способов разбить данную фигуру на прямоугольники 1×2 ?



Ответ: 11

Задача 10. (5 баллов)

1. Изначально на доске было записано число, состоящее из тысячи девяток. С числом разрешается производить следующие операции: вычёркивать из него единицу, семёрку или четвёрку, либо уменьшить любые три цифры, большие единицы, на один.

После некоторого количества таких операций у Васи появилось число, к которому ни одна из них не применима. Какое наибольшее число могло остаться у Васи?

Ответ: 88

2. Изначально на доске было записано число, состоящее из тысячи восьмёрок. С числом разрешается производить следующие операции: вычёркивать из него единицу, семёрку или четвёрку, либо уменьшить любые три цифры, большие единицы, на один.

После некоторого количества таких операций у Васи появилось число, к которому ни одна из них не применима. Какое наибольшее число могло остаться у Васи?

Ответ: 66

3. Изначально на доске было записано число, состоящее из тысячи девяток. С числом разрешается производить следующие операции: вычёркивать из него двойку, пятёрку или восьмёрку, либо уменьшить любые три цифры, большие 2, на один.

После некоторого количества таких операций у Васи появилось число, к которому ни одна из них не применима. Какое наибольшее число могло остаться у Васи?

Ответ: 77