8 класс

1 вариант

1. (2 балла) Мальчик Вася пытался вспомнить распределительный закон умножения и написал формулу: $a + (b \times c) = (a + b) \times (a + c)$. Потом он подставил в эту формулу три ненулевых числа и обнаружил, что получилось верное равенство. Найдите сумму этих чисел.

2. (2 балла) Числа p и q – различные ненулевые корни квадратного уравнения $x^2-ax+b=0$, а числа a и b – различные ненулевые корни квадратного уравнения $x^2-px-q=0$. Чему могут быть равны эти числа?

3. (2 балла) Петя, Вася и Тёма играют в игру. Первым ходит Петя, затем Вася, потом Тёма, затем снова Петя и т.д. Изначально на доске было написано число $123456789\ldots123456789$ (последовательность 123456789 повторяется 2015 раз). Своим ходом каждый игрок может стереть одну из цифр написанного на доске числа и прибавить её к получившемуся числу. Игра заканчивается, когда на доске остаётся одна цифра. Петя выигрывает, если это цифра 1, 4 или 7, Вася – если 2, 5 или 8, в остальных случаях выигрывает Тёма. Кто выиграет при правильной игре?

4. (3 балла) Шестиугольник $ABCDEF$ и точка M внутри него таковы, что четырёхугольники $ABCM$, $CDEM$ и $EFAM$ – параллелограммы. Докажите, что треугольники BDF и ACE равны.

5. (3 балла) В треугольник ABC вписан квадрат $KLMN$ со стороной 1: точки K и L лежат на стороне AC, точки M и N – на сторонах AB и BC соответственно. Площадь квадрата равна половине площади треугольника. Найдите длину высоты BH треугольника ABC.

6. (3 балла) Реки Штука и Турка в некоторой точке сливаются в реку Штукатурка. Города A и B находятся на реках Штука и Турка соответственно, причём город A в два раза дальше от точки слияния, чем город B. Пароход на путь из A в B по этим рекам тратит столько же времени, сколько и на путь из B в A. Докажите, что скорости течений Штуки и Турки отличаются не более, чем в два раза.

7. (5 баллов) В клетках таблицы 5×13 расставлены числа 0, 1 и 2, так, что в любом квадрате 2×2 есть все три различных числа. Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел во всей таблице?

8. (5 баллов) Аня и Коля собирали яблоки. Оказалось, что Аня собрала столько же яблок, сколько Коля собрал процентов от общего числа собранных ими яблок, при этом Коля собрал нечётное число яблок. Сколько яблок собрали Аня и Коля вместе?

8 класс

2 вариант

1. (2 балла) Мальчик Петя пытался вспомнить распределительный закон умножения и написал формулу: $(a \times b) + c = (a + c) \times (b + c)$. После этого он подставил в эту формулу три ненулевых числа и обнаружил, что получилось верное равенство. Найдите сумму этих чисел.

2. (2 балла) Числа p и q – различные ненулевые корни квадратного уравнения $x^2+ax-b=0$, а числа a и b – различные ненулевые корни квадратного уравнения $x^2+px-q=0$. Чему могут быть равны эти числа?

.

3. (2 балла) Полина, Василиса и Таня играют в игру. Первой ходит Полина, затем Василиса, потом Таня, затем снова Полина и т.д. Изначально на доске было написано число $123456789\ldots123456789$ (последовательность 123456789 повторяется 2014 раз). Своим ходом каждая девочка может стереть одну из цифр написанного на доске числа и прибавить её к получившемуся числу. Игра заканчивается, когда на доске остаётся одна цифра. Полина выигрывает, если это цифра 1, 4 или 7, Василиса – если 2, 5 или 8, в остальных случаях выигрывает Таня. Кто выиграет при правильной игре?

4. (3 балла) Шестиугольник $ABCDEF$ и точка O внутри него таковы, что четырёхугольники $BCDO$, $DEFO$ и $FABO$ – параллелограммы. Докажите, что треугольники BDF и ACE равны.

5. (3 балла) В треугольник ABC вписан квадрат $MNPQ$ со стороной 2: точки M и N лежат на стороне BC, точки P и Q – на сторонах AB и AC соответственно. Площадь квадрата равна половине площади треугольника. Найдите длину высоты AH треугольника ABC.

6. (3 балла) Реки Бура и Тинка в некоторой точке сливаются в реку Буратинка. Города A и B находятся на реках Бура и Тинка соответствнно, причём город B в три раза дальше от точки слияния, чем город A. Катер на путь из A в B по этим рекам тратит столько же времени, сколько и на путь из B в A. Докажите, что скорости течений Буры и Тинки отличаются не более, чем в три раза.

7. (5 баллов) В клетках таблицы 5×11 расставлены числа 0, 1 и 2, так, что в любом квадрате 2×2 есть все три различных числа. Какое наименьшее значение может принимать сумма чисел во всей таблице?

8. (5 баллов) Петя и Вася собирали грибы. Оказалось, что Петя собрал столько же грибов, сколько Вася собрал процентов от общего числа собранных ими грибов. При этом Вася собрал нечётное число грибов. Сколько грибов собрали Петя и Вася вместе?