

## Типовой вариант

**Задача 1. (2 балла)**

Дан клетчатый куб  $8 \times 8 \times 8$ . Поясом назовём множество из 32 клеток его поверхности, центры которых лежат в одной плоскости, параллельной одной из граней куба. Эти клетки образуют четыре линии по восемь клеток, продолжающимися друг друга за рёбра куба.

В клетках поверхности куба расставили целые неотрицательные числа так, чтобы в каждом поясе сумма чисел была равна 100. Какова может быть максимальная сумма чисел на всей поверхности куба?

Ответ: 1200

**Задача 2. (3 балла).**

Сколькими способами можно представить число 1500 в виде произведения трех натуральных чисел (варианты, в которых множители одинаковые, но отличаются порядком, считаются одинаковыми)?

Ответ: 32

**Задача 3. (3 балла)**

Решить в целых числах:  $6x^2 + 5xy + y^2 = 6x + 2y + 7$

Указать тот ответ, для которого значение  $|x| + |y|$  наибольшее. Ответ записать в виде  $(x; y)$ .

Ответ:  $(-8; 25)$

**Задача 4. (3 балла)**

Решите неравенство  $x < \min ( f(x) , g(x), h(x) )$ , где

$f(x) = -x^2 + 2,5x + 2,5$  при  $x$  не больших 1,  $f(x) = 18$  при  $x > 1$ .

$g(x) = x^2 - 5x + 8$

$h(x) = -2x + 18$ .

В ответе укажите промежуток, на котором выполняется неравенство. В случае, если промежутков несколько, перечислите их через запятую или точку с запятой

Ответ:  $(-1; 2); (4; 6)$

**Задача 5. (3 балла)**

$ABCD$  – вписанный четырёхугольник.  $X$  – точка пересечения лучей  $AB$  и  $DC$ ,  $Y$  – прямых  $BC$  и  $AD$ .  $AB = 12$ ,  $AD = 12$ ,  $CD = 6$ ,  $DY = 8$ . Найдите  $CX$ .

Ответ: 10

**Задача 6. (3 балла)**

Решите уравнение  $p^2 - 2p = q^2 + 46q$  в простых числах. В ответе укажите число  $p$ . Если возможных ответов несколько, перечислите их в порядке возрастания через запятую или точку с запятой.

Ответ: 17

**Задача 7. (3 балла)**

$\{A_k\}$  – множество точек на плоскости такое, что  $A_1A_kA_{k+1}$  – прямоугольный треугольник с прямым углом  $A_k$ . Известно, что  $A_{k-1}A_k = \sqrt{k+48}$ . Найдите  $A_1A_{100}$ .

*Ответ:* 99

**Задача 8. (3 балла)**

Длины сторон трапеции равны 2, 10, 10 и 20. Найдите длину отрезка, соединяющего середины диагоналей.

(Известно, эти точки различны). Если возможных ответов несколько, перечислите их в порядке возрастания через запятую или точку с запятой.

*Ответ:* 5; 9

**Задача 9. (4 балла)**

Даны 700 подряд идущих членов арифметической прогрессии (с ненулевой разностью). Какое наибольшее количество из них могут образовывать возрастающую геометрическую прогрессию со знаменателем, не равным 2?

*Ответ:* 7

**Задача 10. (4 балла)**

Вася называет натуральные числа, не превосходящие 20, по следующим правилам: каждое следующее названное число должно быть больше каждого из предыдущих и не может являться суммой двух уже названных. Какой может быть максимальная сумма чисел, названных Васей?

*Ответ:* 165