

Типовой вариант

Задача 1. (1 балл)

Альберт загадал натуральное число, сказав про него: «Если число 1 разделить на мое число и прибавить к этому $1/2$, то результат будет таким же, как если к $1/3$ прибавить 2, деленное на число, на единицу большее, чем мое загаданное число». Малыш Бобби, подумав немного, ответил: «Я не могу отгадать, так как существует несколько натуральных чисел, которые подходят под твое определение». Какие числа имеет в виду Бобби? Перечислите их через запятую или точку с запятой в любом порядке.

Ответ: 2, 3

Задача 2. (2 балла)

Дан выпуклый пятиугольник ABCDE. $AB=2$, $BC=2$, $CD=5$, $DE=7$. Известно, что AC — наибольшая сторона в треугольнике ABC (то есть стороны AB и BC строго меньше AC), CE — наименьшая сторона в треугольнике ECD (то есть стороны DE и CD строго больше ED). Так же известно, что в треугольнике ACE все стороны целые и имеют различные длины. Найдите, чему может быть равна сторона AE.

Возможные ответы запишите в порядке возрастания через запятую или точку с запятой.

Ответ: 5

Задача 3. (2 балла)

Найдите все такие натуральные числа a , b , c , для которых выполняется равенство: $ac+2bc+a+2b=c^2+c+6$. Из всех возможных вариантов, если таких несколько, запишите в ответ тот, у которого сумма $a+b+c$ наименьшая.

Ответ: (2, 1, 1)

Задача 4. (2 балла)

Дана функция $f(x) = 3x^2+3x-1$. Найдите сумму $\frac{f(-0.02)}{f(-0.98)} + \frac{f(-0.04)}{f(-0.96)} + \dots + \frac{f(-0.98)}{f(-0.02)}$

Ответ: 49

Задача 5. (2 балла)

Неравенство $x^2 < n$ имеет ровно n целочисленных решений. Найдите n . Если возможных ответов несколько, перечислите их в порядке возрастания через запятую или точку с запятой.

Ответ: 0, 1, 3, 5

Задача 6. (3 балла)

На доске были написаны 900 единиц и 100 четверок. Каждую минуту Маша стирала какие-то два числа x и y и записывала вместо них число $\sqrt{x^2+y^2}$. В конце концов на доске осталось записано одно число. Какое именно?

Если возможных ответов несколько, перечислите их в порядке возрастания через запятую или точку с запятой.

Ответ: 50

Задача 7. (3 балла)

Дан треугольник ABC. В него вписана окружность, которая касается сторон AB, AC, BC в точках C_1 ,

B_1, A_1 соответственно. Найдите радиус вневписанной окружности w , которая касается стороны AB в точке D , продолжения стороны BC в точке E , продолжения стороны AC в точке G . Известно, что $CE=6$, радиус вписанной окружности равен 1, $CB_1=1$.

Ответ: 6

Задача 8. (3 балла)

На плоскости проведены все возможные прямые вида $y = ax + b$, где a и b — различные натуральные числа от 1 до 3. Сколько точек пересечения образуют эти прямые?

Ответ: 12

Задача 9. (4 балла)

$ABCD$ — вписанный четырёхугольник. Продолжение стороны AB за точку B и продолжение стороны CD за точку C пересекаются в точке P . Продолжение стороны AD за точку D и продолжение стороны BC за точку C пересекаются в точке Q . Оказалось, что углы BPC и CQD равны. Также известно, что $CQ=20$, $DQ=12$, $BP=3$. Найдите квадрат длины диагонали AC . Если возможных ответов несколько, перечислите их в порядке возрастания через запятую или точку с запятой.

Ответ: 1040

Задача 10. (5 баллов)

Среди всех дробей вида $\frac{m}{n}$, где m и n — четырёхзначные числа с одинаковой суммой цифр, выбрали наибольшую. Найдите её. Ответ запишите в виде неправильной дроби (не округляйте и не сокращайте!).

Ответ: 9900/1089