Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова

Олимпиада школьников «Покори Воробьевы горы» по математике

Задания заочного этапа 2020/2021 учебного года для 7–8 класса

1) Остров Рыцарей и Лжецов. Рыцари всегда говорят правду, лжецы - всегда лгут. Однажды путешественник пришел на перекресток и спросил, где находится город Рыцарей у 4 аборигенов - А, Б, В и Г.

А ответил - Идите на север, там город Рыцарей

Б ответил - Нет, город Рыцарей на юге

В сказал - не верьте, А и Б - лжецы

Г возразил - А, Б и В - рыцари.

Сколько рыцарей среди них на самом деле?

2) Представьте $\frac{4}{2021}$ в виде разности двух дробей с числителями, равными 1. В ответе укажите сумму знаменателей.

3) В выражении $0*1*2*3*4*5*6*7*8*9$ вместо «звездочек» можно ставить знаки «+» или «-». Сколько различных положительных чисел можно получить таким образом?

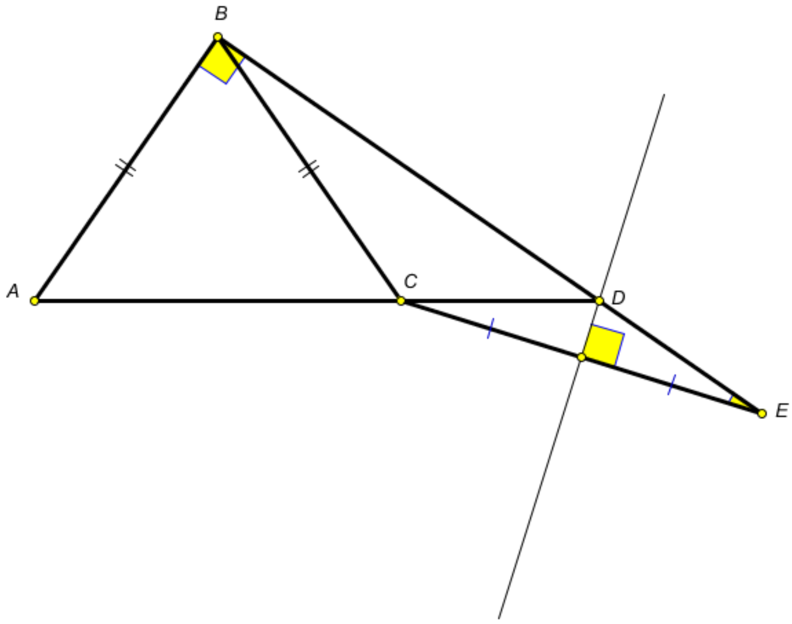
4) Петя пошел в лес по грибы и, конечно же, взял с собой smart-часы со встроенным компасом, шагомером и транспортиром. Петя заметил, что, когда он входил в лес между 8 и 9 часами утра, угол между часовой и минутной стрелкой составил ровно $72°$. А когда он выходил из леса между 13 и 14 часами, угол тоже был ровно $72°$. Сколько минут Петя провел в лесу, если известно, что это число минут - целое?

5) На окружности отмечена точка A. Построили правильный 3-угольник, 4-угольник,..., 10-угольник, вписанные в эту окружность и имеющие точку A одной из вершин. Все вершины этих многоугольников покрасили в красный цвет. Найдите, сколько получилось различных красных точек на окружности?

6) Решите уравнение

$$\sqrt{(x-1)(\sqrt{x}-2)(\sqrt[3]{x}-3)}+\sqrt{(\sqrt{x}-2)(\sqrt[3]{x}-3)(\sqrt[4]{x}-4)}+\sqrt{(\sqrt[3]{x}-3)(\sqrt[4]{x}-4)(\sqrt[5]{x}-5)}=0$$

7) Треугольник $ABC -$ равнобедренный, $AB = BC$. На продолжении стороны AC за точку C выбрана точка D, такая, что $\angle ABD = 90°$. Из множества точек E, обладающих тем свойством, что точка D принадлежит серединному перпендикуляру к отрезку CE, выбрали ту, которая находится на максимальном расстоянии от точки B. Найдите угол $\angle CED$, если известно, что $\angle ABC = 80°$.


B
A
C
D
E