

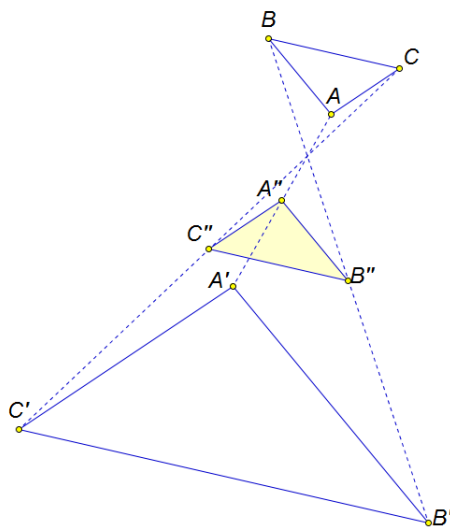
**ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
«ПОКОРИ ВОРОБЬЁВЫ ГОРЫ!»**

9 класс.

1. В ролевой игре «World of MSU» имеется три класса: воин, маг, целитель. Каждый игрок может управлять персонажем некоторого класса (одиночный класс) или персонажем, совмещающим способности двух классов (двойной класс), например, маг-целитель. Партия из 32 игроков штурмует «Цитадель зла». Известно, что целителей (т.е. всех, имеющих способности целителей) в два раза больше магов и в k раз меньше, чем воинов (k — целое число, большее двух). Сколько игроков имеют одиночный класс, если известно, что что игроков, имеющих двойной класс на 2 больше, чем целителей?
2. В четырехугольнике $ABCD$ известно, что $AB = BC$, $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$. Из вершины B опущен перпендикуляр BH на сторону AD . Найдите площадь четырехугольника $ABCD$, если известно, что $BH = h$.
3. Будем обозначать $\max(A, B, C)$ наибольшее из чисел A, B, C . Найдите наименьшее значение величины $\max(x^2 + |y|, (x+2)^2 + |y|, x^2 + |y-1|)$.
4. Число 2015 можно представить в виде суммы последовательных целых чисел различным образом, например, $2015 = 1007 + 1008$ или $2015 = 401 + 402 + 403 + 404 + 405$. Сколькими способами можно это сделать?
5. Известно, что при некоторых натуральных a, b , число $N = \frac{a^2+b^2}{ab-1}$ — тоже натуральное. Найдите все возможные значения N .
6. В треугольник $\triangle ABC$ вписана окружность с центром O , к которой проведена касательная, пересекающая стороны AC и AB в точках M и N соответственно. Найдите угол $\angle A$ треугольника ABC , если $\angle MON = 26^\circ$.
7. Найдите наименьшее значение функции $f(x, y) = \frac{2015(x+y)}{\sqrt{2015x^2+2015y^2}}$ и укажите все пары (x, y) , при которых оно достигается.

8. Дано 2015 попарно взаимно простых натуральных чисел, не превосходящих 10^7 . Могут ли они все быть составными?

9. Даны треугольники ABC и $A'B'C'$, площади которых равны 1 и 2025, соответственно. Известно, что лучи AB и $A'B'$ параллельны и идут в противоположных направлениях (см. рис.). То же верно и для пар BC и $B'C'$, CA и $C'A'$. A'' , B'' и C'' — середины отрезков AA' , BB' и CC' . Найдите площадь треугольника $A''B''C''$.



10. Найдите функцию $f(x)$, о которой известно, что

$$f(x) = \begin{cases} x \cdot f\left(\frac{2x+3}{x-2}\right) + 3, & \text{при } x \neq 2, \\ 0, & \text{при } x = 2. \end{cases}$$