

1. Для нумерации всех парковочных мест на стоянке (подряд от первого до последнего) рядом с каждым местом был установлен его номер, составленный из табличек, на каждой из которых написано по одной цифре. В общей сложности было использовано 2148 табличек. Сколько мест на парковке? Каких цифр было использовано больше всего, а каких — меньше всего?

2. Решите уравнение

$$\sin(\sin x) = \sin(\cos x + 1).$$

3. Через одну вершину трапеции проведены две прямые. Одна из них проходит также через противоположную вершину трапеции и делит отрезок, соединяющий середины ее оснований, в отношении 3 : 1. В каком отношении делит этот отрезок другая прямая, делящая площадь трапеции пополам?

4. Решите систему

$$\begin{cases} \frac{9 - 4y^{+1} - 3^x \cdot 2y^{+2} - 9^x}{4y^{+1} + 3^x \cdot 2y^{+1} - 3^{x+1} - 9} = \frac{3^x + 2y^{+1} - 3}{3^x - 1}, \\ 3^{x-1} \cdot 2y^{+1} = 1. \end{cases}$$

5. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$x^3 - ax^2 - (a^3 - 6a^2 + 5a + 8)x - (a - 3)^3 = 0$$

имеет три различных корня, образующих геометрическую прогрессию (укажите эти корни).

март 2011 г.

1. Для нумерации всех парковочных мест на стоянке (подряд от первого до последнего) рядом с каждым местом был установлен его номер, составленный из табличек, на каждой из которых написано по одной цифре. В общей сложности было использовано 2136 табличек. Сколько мест на парковке? Каких цифр было использовано больше всего, а каких — меньше всего?

2. Решите уравнение

$$\sin(\sin x) = \sin(\cos x - 1).$$

3. Через одну вершину трапеции проведены две прямые. Одна из них проходит также через противоположную вершину трапеции и делит отрезок, соединяющий середины ее оснований, в отношении 2 : 1. В каком отношении делит этот отрезок другая прямая, делящая площадь трапеции пополам?

4. Решите систему

$$\begin{cases} \frac{4 - 9^{x+1} - 3^{x+1} \cdot 2y^{+1} - 4y}{9^{x+1} + 3^{x+1} \cdot 2y - 2y^{+1} - 4} = \frac{3^{x+1} + 2y - 2}{2y - 1}, \\ 2y^{-1} \cdot 3^{x+1} = 1. \end{cases}$$

5. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$x^3 + (a - 1)x^2 + (a^3 + 3a^2 - 4a - 8)x + (a + 2)^3 = 0$$

имеет три различных корня, образующих геометрическую прогрессию (укажите эти корни).

март 2011 г.