

## 10-11 класс

### 1 вариант

#### Математика (Максимально 20 баллов за задание)

##### №1

Найти (без использования производных) наименьшее значение, которое принимает  $t$ , если

$$t = 3q^2 + 2pq + p^2 + 6p + 2p + 4$$

и при каких значениях  $p$  и  $q$  оно достигается.

Решение:

Рассмотрим как квадратное уравнение относительно  $p$

$$p^2 + 2p(q + 4) + 3q^2 + 4 - t = 0 \quad (1)$$

Условие наличия корней неотрицательный дискриминант  $D_1$ , дает:

$$q^2 - 4q - 6 - t/2 \leq 0 \quad (2)$$

Чтобы квадратное неравенство по  $q$  имело решения, условие на дискриминант  $D_2$  дает:

$$t \geq -20$$

Если  $t = -20$  то  $D_2=0$ . Из (2) находим  $q=2$ , подставим в (1), находим  $p=-6$ .

**Ответ :**  $t=-20$  при  $p=-6$ ,  $q=2$ .

##### №2

Иванов И.О. является владельцем малого предприятия по производству теплиц, которое является прибыльным. Известно, что при производстве  $k$  теплиц в месяц расходы на материалы и сборку для одной теплицы составляют не менее, чем  $20250/k + 135 - |45 - 20250/k|$  тысяч рублей. При этом цена реализации каждой теплицы не превосходит  $270 - 3k/20$  тысяч рублей. Какой ежемесячный объем производства нужно выбрать Иванову И.О., если его целью является получение наибольшей возможной в данных условиях прибыли.

Решение:

Расходы на производство одной единицы:

$$r(k) \geq 20250/k + 135 - |45 - 20250/k|$$

Цена реализации одной единицы:

$$c(k) \leq 270 - 3k/20$$

Т.к. предприятие прибыльное, то прибыль

$$p(k) \leq k(c(k) - r(k)) \leq k(270 - 3k/20 - 20250/k - 135 + |45 - 20250/k|) = (1)$$

Раскрываем модуль, при  $k \geq 450$

$$(1) = -3k^2/20 + 180k - 40500$$

Раскрываем модуль, при  $k < 450$

$$(1) = -3k^2/20 + 90k$$

Находим по формуле  $(-b/2a)$  вершину параболы в каждом случае и проверяем по условию раскрытия модуля. Получим при  $k_1=600$  максимум  $p(600)=13500$ , при  $k_2=300$  максимум  $p(300)=13500$ ,. Значения максимумов равны. Значит, подходят оба варианта.

**Ответ :** 300 или 600

### Экономика (Максимально 15 баллов за задание)

#### №3

В провинции Инь нет собственного выхода к морю, но морская рыба пользуется немалым спросом у населения. Раньше поставками рыбы в эту провинцию занимались 20 рыболовных компаний из соседних регионов. Спрос населения на рыбу, согласно исследованиям, соответствовал уравнению  $Q_D=2200-P$ , а предложение рыбы –  $Q_S=600+P$ . (где количество выражается в килограммах рыбы в месяц, цена – в юанях за кг).

Однако власти провинции Инь решили ужесточить требования к поставщикам рыбы – санитарные нормы, критерии качества, условия транспортировки и т.д. В итоге оказалось, что всем новым требованиям полностью соответствует только 1 компания-поставщик – компания «Маре», которая и получила разрешение на ведение деятельности. Совокупные издержки на вылов и поставки рыбы в этот регион у данной компании описываются уравнением:  $TC=0,5Q^2+100Q+400$  (издержки выражены в юанях).

Ответьте на вопросы и объясните свой ответ.

А) Найдите равновесие на рынке рыбы в регионе и объем выручки компаний-поставщиков рыбы до введения новых требований к поставщикам.

Б) Какие изменения произойдут на рынке после введения новых требований? Рассчитайте, сколько рыбы поставит за месяц компания «Маре» на рынок провинции Инь? По какой цене будет продаваться эта рыба? Какую прибыль получит компания?

В) Перечислите, кто выиграл, а кто проиграл от ужесточения требований к поставщикам рыбы, и объясните, почему.

### Ответы:

А) Найдем равновесие до введения ограничений:  $2200 - P = 600 + P$ , откуда  $P = 800$  юаней/кг рыбы,  $Q = 1400$  кг рыбы. Объем выручки  $P \cdot Q = 1\,120\,000$  юаней (или 1,12 млн. юаней).

Б) После введения новых требований на рынке устанавливается монополия («Маре» - фактический монополист), поэтому рыночное предложение будет определяться ее издержками. Найдем предельные издержки компании, взяв производную  $TC(Q)$ , получим  $MC = Q + 100$ . Монополист максимизирует прибыль по правилу равенства предельных издержек и предельного дохода ( $MC = MR$ ). Чтобы получить  $MR$ , из уравнения спроса выразим  $P = 2200 - Q$ ,  $TR = PQ = 2200Q - Q^2$ , откуда  $MR = TR(Q)' = 2200 - 2Q$ . Найдем оптимальный объем поставок рыбы для «Маре» (соответствующий максимизации прибыли):  $Q + 100 = 2200 - 2Q$ ,  $Q = 700$  кг рыбы. Цена рыбы будет определяться спросом и составит  $2200 - 700 = 1500$  юаней. (В данной части возможны другие варианты решения с поиском максимума функции  $(TR - TC)$ , в т.ч. поиска вершины параболы). Прибыль компании «Маре» составит  $TR - TC = 1500 \cdot 700 - (0,5 \cdot 700^2 + 100 \cdot 700 + 400) = 734\,600$  юаней.

Таким образом, можно говорить о следующих изменениях на рынке после введения ограничений: установление монополии предложения, сокращение объема поставок, повышение цен на продукцию, рост прибыли компании-монополиста.

В) От ужесточения требований проиграли покупатели рыбы (они покупают меньше и дороже, возникают совокупные потери общества от монополии), компании-поставщики рыбы (все, кроме «Маре»), которые потеряли рынок. Проиграли также те компании, которые поставляют дополняющие товары/услуги, так как от подорожания рыбы сокращается спрос и на их продукцию. Выигравшей является компания «Маре», оставшаяся на рынке, компании, поставляющие товары-заменители рыбы (спрос на их продукцию увеличивается), а также та часть общества, которая поддерживает введение ограничений (их требования к безопасности выполнены).

### №4

На деловом завтраке в 2014 году два предпринимателя – Иванов и Петров – обсуждали произошедшее изменение курса рубля с 35 до 75 рублей за доллар. «Это просто катастрофа! – заявил Иванов. – Продажи падают, склады заполняются, мы уже ограничили закупки у поставщиков». «У нас тоже хорошего мало, хотя курс сейчас нам только помогает», – ответил Петров. «Вот бы такой курс да при прежних

ценах», – сказал он. А еще один предприниматель Сидоров, у которого компания работает на российском сырье и материалах и российском оборудовании, и продает свою продукцию только на внутреннем рынке, внимательно их слушал.

Ответьте на вопросы и поясните свой ответ.

А) Чем, по вашему мнению, занимается компания предпринимателя Иванова? А компания Петрова? Объясните, как это связано с их мнениями по поводу валютного курса.

Б) Верно ли, что для такого бизнеса, как у предпринимателя Сидорова, изменение курса рубля не имеет значения? Объясните свой ответ.

**Ответы:**

А) Иванов говорит о падении продаж (спроса) в связи с ослаблением национальной валюты, что характерно для компаний-импортеров (цены на импортные товары и услуги, выраженные в национальной валюте, теперь будут дороже). Петров говорит о том, что «курс помогает» – соответственно, его компания может заниматься экспортом (валютная выручка в пересчете на национальную валюту растет), или же работать на внутреннем рынке, где есть конкуренция со стороны импортеров (они теряют долю рынка, а Петров приобретает).

Б) Предприниматель Сидоров не вовлечен в экспортно-импортные операции, однако его компания может сталкиваться на внутреннем рынке с конкуренцией со стороны импортеров. В этом случае ослабление национальной валюты будет способствовать росту бизнеса, а укрепление – препятствовать.

### **Кейс (Максимально 30 баллов за задание)**

**№5**

Ваша региональная компания владеет несколькими крупными магазинами (товарная категория – парфюмерия/косметика + ювелирные украшения) в г. Екатеринбург. На рынок данного региона выходит ритейлер федерального уровня с большими финансовыми возможностями, который открывает собственный крупный магазин с ценами существенно ниже, чем в ваших магазинах. Предложите действия тактического и стратегического характера. Как можно построить стратегию развития вашей компании в сложившейся ситуации.

Аргументируйте свою позицию.

**Ответ:** ответ творческий. На умение предлагать и аргументировать.

## 2 вариант

### Математика (Максимально 20 баллов за задание)

#### №1

Найти (без использования производных) наименьшее значение, которое принимает  $z$ , если

$$z = x^2 + 2xy + 4y^2 + 2x + 8y + 6$$

и при каких значениях  $x$  и  $y$  оно достигается.

Решение:

Рассмотрим как квадратное уравнение относительно  $x$

$$x^2 + 2x(y + 1) + 4y^2 + 8y + 6 - z = 0 \quad (1)$$

Условие наличия корней неотрицательный дискриминант  $D_1$ , дает:

$$3y^2 + 6y + 5 - z \leq 0 \quad (2)$$

Чтобы квадратное неравенство по  $y$  имело решения, условие на дискриминант  $D_2$  дает:

$$z \geq 2$$

Если  $z = 2$  то  $D_2=0$ . Из (2) находим  $y=-1$ , подставим в (1), находим  $x=0$ .

**Ответ:** 2 при (0,-1)

#### №2

Иванова А. И. является владелицей малого предприятия по производству кресел-качалок, которое является прибыльным. Известно, что при производстве  $k$  кресел в месяц расходы на создание одного кресла составляют не менее, чем  $13500/k + 270 - |90 - 13500/k|$  тысяч рублей. При этом цена реализации каждого кресла не превосходит  $540 - 9k/10$  тысяч рублей. Какой ежемесячный объем производства нужно выбрать Ивановой А.И., если её целью является получение наибольшей возможной в данных условиях прибыли.

Решение:

Расходы на производство одной единицы:

$$r(k) \geq 13500/k + 270 - |90 - 13500/k|$$

Цена реализации одной единицы:

$$c(k) \leq 540 - 9k/10$$

Т.к. предприятие прибыльное, то прибыль

$$p(k) \leq k(c(k) - r(k)) \leq k(540 - 9k/10 - 13500/k - 270 + |90 - 13500/k|) = (1)$$

Раскрываем модуль, при  $k \geq 150$

$$(1) = -9k^2/10 + 360k - 27000$$

Раскрываем модуль, при  $k < 150$

$$(1) = -9k^2/10 + 180k$$

Находим по формуле  $(-b/2a)$  вершину параболы в каждом случае и проверяем по условию раскрытия модуля. Получим при  $k_1=200$ , максимум  $p(200)=9000$ , при  $k_2=100$ , максимум  $p(100)=9000$ . Значения максимумов равны. Значит, подходят оба варианта.

**Ответ:** 100 или 200

### **Экономика (Максимально 15 баллов за задание)**

#### **№3**

Правительство региона решило бороться с повышением цен на подсолнечное масло, и выпустило новый закон о том, что со следующего месяца цена подсолнечного масла не может превышать 100 руб. за литр. Сейчас рыночная цена масла в регионе подскочила до 120 руб./л.

У компании «Семечка», производителя подсолнечного масла, издержки производства соответствуют уравнению  $C=40000+30Q+0,01Q^2$ , где  $Q$  – объем произведенного масла в литрах,  $P$  – цена в рублях за литр. Супермаркет, куда компания поставляет свое масло, уже объявил, что теперь будет готов покупать масло у поставщиков не дороже 92 руб./л. (хотя раньше закупали по 98 руб./л). Завод по производству тары, который поставляет компании пластиковые бутылки для разлива масла, сообщил, что вынужден повысить цены на 2 руб. за каждую литровую пластиковую бутылку. А владелец склада, где компания «Семечка» хранит свою продукцию, объявил о том, что тарифы за электроэнергию повысились, и теперь каждый месяц за аренду склада нужно будет платить на 6000 руб. больше.

Ответьте на вопросы и объясните свой ответ.

А) Объясните, как изменятся издержки компании «Семечка» в следующем месяце. Можно ли считать, что у компании увеличатся переменные издержки, а постоянные издержки останутся такими же?

Б) Сколько подсолнечного масла следует производить компании «Семечка» в следующем месяце, если она будет продавать продукцию через супермаркет? Сколько составит прибыль компании в этом случае?

В) Может ли компания «Семечка» увеличить свою прибыль, изменив что-либо в своем бизнесе? Предложите возможные изменения и дайте примерную оценку того, как это повлияет на издержки, выручку и прибыль компании.

**Ответы:**

А) У компании «Семечка» вырастут оба вида издержек – и переменные (повышение цены упаковки), и постоянные (повышение арендной платы за складское

помещение). Утверждение, приводимое в задании, неверно, поскольку арендная плата за склад не связана с объемом производства у компании-арендатора.

**Б)** Если компания продолжает продавать продукцию супермаркету, то она будет вынуждена согласиться с новой ценой 92 руб/л. При этом издержки компании «Семечка» с учетом повышения платы за упаковку и за аренду составят  $C=40000+30Q+0,01Q^2+2Q+6000$ . Для максимизации прибыли найдем предельные издержки через производную:  $MC=32+0,02Q$ . Используя правило  $MC=P$ , найдем, что  $32+0,02Q=92$ , откуда  $Q=3000$  л масла. (Возможны другие варианты решения через поиск максимума функции  $(TR-C)$ , в т.ч. через поиск вершины параболы). Прибыль компании при продаже 3000 л масла по цене 92 руб/л составит 44 000 руб.

**В)** Данное задание является творческим, возможны предложения по отказу от продаж через данный супермаркет и поиску других каналов продаж, по сокращению издержек производства (как постоянных, так и переменных), по расширению доли рынка и т.д. Приведенные предложения должны сопровождаться разъяснением того, как это поможет компании в увеличении прибыли.

#### **№4**

В 2007 году на совещании Ассоциации российских предпринимателей состоялся спор. Один из предпринимателей выступил и сказал, что продолжающееся изменение курса рубля (с 27 до 25 рублей за доллар) не дает развиваться его компании. Но другой предприниматель возразил ему: «Нет, такое изменение курса помогает развиваться и моей компании, и другим, кто работает в той же сфере». Мнения разделились. Часть собравшихся поддерживала первого выступавшего, другая часть – второго. Были и те, кому вообще был не важен вопрос с изменением курса, однако таких нашлось совсем немного.

Ответьте на вопросы и поясните свой ответ.

**А)** Чем, по вашему мнению, занимается компания первого выступавшего предпринимателя? А компания второго выступавшего? Объясните, как это связано с их мнениями по поводу валютного курса.

**Б)** Почему тех, для кого было не важно изменение курса, было совсем немного? Объясните с помощью примеров.

#### **Ответы:**

**А)** Первый выступавший говорит о том, что подорожание национальной валюты не дает развиваться компании. Это возможно как в случае экспорта (валютная выручка в пересчете на национальную валюту уменьшается), так и в случае работы на внутреннем рынке, где есть конкуренция с импортом (импортные товары в пересчете на национальную валюту становятся дешевле, и на внутреннем рынке ужесточается ценовая конкуренция). Второй выступавший говорит о том, что

подорожание рубля помогает развиваться, что указывает на работу этого бизнеса с импортными поставками (импорт становится более конкурентоспособным по цене).

Б) Изменение курса не будет влиять лишь на те компании, которые одновременно не зависят от импорта, не осуществляют экспорт и не имеют иностранных конкурентов на внутреннем рынке, а таких примеров в российских условиях крайне мало.

### **Кейс (Максимально 30 баллов за задание)**

#### **№5**

Возрастающая сила крупнейшего российского интернет-магазина wildberries.ru. (самый крупный маркетплейс в нашей стране, входит в TOP 20 сайтов в своей специализации в мире, онлайн-трафик - примерно 200 млн. визитов в месяц. Согласно отчетности компании - выручка за 2020 году составила 437,2 млрд руб., рост по сравнению с 2019 годом –96%) вынуждает небольшие интернет-магазины (специализация - маркетплейсы) вырабатывать новые стратегии развития, дабы противостоять силе данного интернет-магазина. Какие стратегии развития для небольших интернет-магазинов, на ваш взгляд, могут быть эффективны?

**Ответ:** ответ творческий. На умение предлагать и аргументировать.