Информатика 8-9 класс **1 вариант**

Время выполнения задания – 180 минут. Максимальное количество баллов – 100

Задача 1

Двое играют в игру на доске $2 \times n$. Первому игроку принадлежит нижняя полоса из n клеток, второму - верхняя. За ход можно поставить новую пешку на любую свободную клетку, которая принадлежит активному игроку, либо срубить пешку противника, если текущая расстановка позволяет это сделать. Проигрывает игрок, который не может сделать ход.
Поясним, как могут рубить пешки. Пусть первая координата нижней полосы равняется 0, а первая координата верхней равняется 1. Если пешка первого игрока стоит на клетке $(0, x)$, то она может срубить своим ходом фигуру, которая стоит на $(1, x-1)$ или на $(1, x+1)$ при условии, что эти клетки существуют и на них стоят фигуры противника. При этом пешка занимает позицию фигуры, которую она срубила. Аналогично, пешка второго игрока на клетке $(1, x)$, может рубить клетки $(0, x-1)$ и $(0, x+1)$.

1. Кто выигрывает при правильной игре, если n = 3?
2. Кто выигрывает при правильной игре при произвольном n?

Задача 2

Рассмотрим последовательности из 0 и 1 длины n с ровно k подстроками 01.
Например, для $n = 3$ и $k = 1$ такими последовательностями являются *001, 010, 011, 101.*

1. **Сколько существует таких последовательностей для n = 5 и k = 2?**
2. **Сколько существует таких последовательностей для n = 2022 и k = 255?**

Задача 3

Вася очень любит числа. В этот раз он решил складывать все подстроки какого-то фиксированного числа.
Например, сумма подстрок числа 123 равна $123 + 12 + 23 + 1 + 2 + 3 = 164$

1. **Существует ли число, для которого эта сумма равна 21?**
2. **Существует ли число, для которого такая сумма равна 2022?**

Задача 4

Есть поле $3n \times 3$, составленное из n квадратов 3×3, в каждом из которых отсутствует центральная клетка. На этом поле можно размещать доминошки 1×2 и 2×1 так, чтобы они полностью лежали на поле.

1. Сколько способов замостить такое поле доминошками 1×2 и 2×1 при $n = 1$?
2. Сколько способов замостить такое поле доминошками 1×2 и 2×1 при $n = 2$?
3. Сколько способов замостить такое поле доминошками 1×2 и 2×1 при $n = 2022$?

Задача 5

Рассмотрим неориентированный граф, состоящий из N вершин, вершины пронумерованы от 1 до N. Ребро между вершинами A и B проведено тогда и только тогда, когда $A \; xor \; B = A + B$.
Напоминаем, что xor двух чисел вычисляется следующим образом: оба числа переводятся в двоичную систему, в результирующем числе на i-ой позиции в двоичной записи стоит 1 тогда и только тогда, когда значения i-ых битов операндов (то есть тех чисел, xor которых мы считаем) различаются. Например$7_{10} \; xor \; 5_{10} = 111_2 \; xor \; 101_2 = 010_2 = 2_{10}$

1. **Посчитайте количество ребер в таком графе для $N = 8$.**
2. ***Эйлеровым циклом* в графе называется такой цикл, который содержит все ребра графа по одному разу. Для каких N в графе существует эйлеров цикл?**
3. ***Эйлеровым путём* в графе называется такой путь, который содержит все ребра графа по одному разу. Для каких N в графе существует эйлеров путь?**