

1. Назовем число красивым, если сумма его цифр делится на 9. Найдите сумму всех красивых натуральных чисел до 1000  
Ответ: 55944

2. Дан бумажный квадрат со стороной длины 10. Выбираются две точки на сторонах, таким образом, чтобы эти точки не принадлежали одной стороне, и чтобы точки делили стороны отрезки с целочисленной длиной. Квадрат разрезается по прямой образованной этими точками. Сколько различных разбиений можно получить?

Опишем, какие разбиения считать различными. Пусть в результате первого разбиения получились фигуры  $A$  и  $B$ , а в результате второго -  $C$  и  $D$ . Если не существует способа наложить  $A$  на  $C$  и  $B$  на  $D$  или же  $A$  на  $D$  и  $B$  на  $C$  таким образом, чтобы кусочки совпали, то такие разбиения мы считаем различными. Бумажки можно поворачивать и переворачивать.

Ответ: 152

3. Сколько перестановок чисел от 1 до 10 сначала возрастают, а потом убывают? Например, перестановка 1 3 5 7 9 10 8 6 4 2 удовлетворяет условиям.  
Ответ: 512

4. Сколько существует натуральных чисел от 1 до 10110 включительно, таких, что  $3^x - 2^x + x^3$  кратно 5.  
Ответ: 2022

5. Есть ведро вместимостью 4 и ведро вместимостью  $x$ , где  $x$  может принимать значения от 1 до 100 включительно. Найдите сумму всех  $x$ , при которых при помощи этих двух вёдер можно отмерить 1 литр.  
Ответ: 2500