

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Российская академия народного хозяйства и государственной службы
при Президенте Российской Федерации**

Олимпиада школьников РАНХиГС по Экономике

10 – 11 класс

2021 – 2022 учебный год

Отборочный этап

Задача 1. Максимум 14 баллов

Решите уравнение:

$$\arcsin(\sin x) = \frac{\pi}{2} \sin\left(\arcsin \frac{2x}{\pi}\right)$$

Задача 2. Максимум 14 баллов

Решите уравнение:

$$\log_4\left(4^{\sqrt{2}\sin x} + 4^{\sqrt{2}\cos x}\right) + \log_{(\operatorname{tg}^4 x + 1)^2} \sqrt{2} = \log_{16} \frac{\operatorname{ctg}^4 x}{\operatorname{ctg}^4 x + 1}.$$

Задача 3. Максимум 14 баллов

Населенные пункты A , B и C соединены прямолинейными дорогами. Расстояние от населенного пункта A до дороги, соединяющей населенные пункты B и C равно 100 км, а сумма расстояний от пункта B до дороги, соединяющей A и C , и от пункта C до дороги, соединяющей A и B , равна 300 км. Известно, что пункт D равноудален от дорог, соединяющих пункты A, B, C и лежит внутри области, ограниченной этими дорогами. Любой житель всех населенных пунктов тратит не более 1 л топлива на каждые 10 км дороги. Какой максимальный объем топлива понадобился бы автомобилисту, которому нужно добраться от населенного пункта D до любой из дорог, соединяющих остальные населенные пункты между собой?

Задача 4. Максимум 14 баллов

Высокотехнологичная японская компания презентовала уникального робота, способного производить строительные блоки, которые могут быть проданы по 90 денежных единиц за штуку. Из-за нехватки специальных чипов в ближайшее время невозможно повторить данного робота или даже отремонтировать имеющегося, если он придёт в негодность. Если робот в течение суток будет работать по L часов над производством блоков, то через $8 - \sqrt{L}$ дней он придёт в полную негодность. Известно, что почасовая средняя производительность робота в течение смены определяется функцией $\frac{1}{\sqrt{L}}$, причем величина L может быть установлена единожды и не подлежит изменениям.

- (а) Какую величину L необходимо выбрать, если основной задачей является максимизация количества строительных блоков, производимых роботом за сутки?
- (б) Какую величину L необходимо выбрать, если основной задачей является максимизация количества строительных блоков, производимых роботом за весь срок своей эксплуатации?
- (в) Японская компания, владеющая роботом, решила заработать на нём как можно больше денег. Поэтому было принято решение, помимо производства товара, в свободное от производства строительных блоков время отправлять робота на круглосуточную выставку, где он будет стоять в качестве экспоната и приносить по 4 денежных единицы в час. Причём если робот пришел в негодность, то использовать его как экспонат нельзя. Какую величину L стоит выбрать, чтобы обеспечить максимальный доход от владения роботом? Чему будет равен доход компании?
- (г) Чему равен минимальный почасовой доход компании от использования робота на выставке, при котором компания примет решение, отказаться от производства строительных блоков?

Задача 5. Максимум 20 баллов

Командир танкового батальона в честь присвоения нового воинского звания решил устроить массовый праздник, пригласив на него подчинённых солдат. Прийти на него могут только те солдаты, которых командир сам пригласит. Главным лакомством на празднике является гречневая каша. Однако командир танкового батальона, посоветовавшись со своей семьёй, решил сделать сюрприз – первоначально гости, как и сам командир, будут принимать решение о потреблении гречневой каши, полагая, что они будут оплачивать её самостоятельно, но в конце торжества командир оплатит общий счёт из накоплений своей семьи. Он обнаружил, что если выстроить солдат по росту, то прослеживается некоторая закономерность в изменении их функций спроса. Спрос на гречневую кашу самого низкого солдата имеет вид $Qd = 510 - 5,1P$, спрос следующего по росту $Qd = 520 - 5,2P$, следующего – $Qd = 530 - 5,3P$ и так далее. Командир в первую очередь будет приглашать самых невысоких танкистов. Индивидуальный спрос командира на гречневую кашу имеет вид $Qd = 500 - 5P$.

- (а) Как задаётся индивидуальный спрос 45-ого солдата, приглашённого на праздник? Как будет задаваться совокупный спрос на гречневую кашу, если командир пригласит 45 солдат и сам не откажется от каши?
- (б) Командир может пригласить солдат в местное кафе, единственное в регионе. Предельные издержки на производство гречневой каши равны 0. Семья командира готова потратить на празднование не более 2 525 000 денежных единиц. Чему равно максимальное

количество гостей, спрос на гречневую кашу которых будет удовлетворен на празднике, если командир ест кашу вместе со всеми?

(в) Прикинув, сколько солдат он сможет накормить в кафе, командир батальона принял решение пригласить военнослужащих на танковый фестиваль. Кроме командира и приглашенных им солдат, никто не предъявляет спрос на кашу. Гречневую кашу на фестивале предлагают 25 совершенно конкурентных фирм, предложение каждой из которых характеризуется функцией $Q_S = 302P$. Семья командира и в этом случае готова потратить всю сумму, которая выделена на празднование, но если ее окажется недостаточно, то командир попросит всех гостей поровну разделить остаток счёта. Известно, что равновесная цена установилась на уровне 20 денежных единиц. Сколько солдат командир пригласил на праздник? Пришлось ли гостям оплатить часть счета? Если да, то сколько каждый из них заплатил? Считайте, что если гостям, как и командиру, приходится вносить некоторую фиксированную плату, то внесенная оплата не влияет на их спрос на гречневую кашу.

(г) Какой вариант (б или в) предпочли бы солдаты, если бы каждый из них принимал решение о количестве съеденной гречневой каши согласно своей функции спроса, как описано в условии задачи? Ответ обоснуйте.

Задача 6. Максимум 14 баллов

Часто в кинотеатрах, развлекательных центрах продают жареную воздушную кукурузу (попкорн) в емкостях разного объема. При этом, например, покупателю на выбор предоставляется три варианта емкостей с попкорном: маленькая, средняя и большая, в которых помещается 50, 70 и 130 граммов кукурузы по цене 200, 400 и 500 рублей соответственно.

(а) Объясните, как в данном примере используется «эффект приманки» или эффект асимметричного превосходства. (Ознакомьтесь с принципами этого приема Вы сможете на многих Интернет-ресурсах.)

(б) Возможно ли, что покупатели, которые все же приобретают попкорн в емкости среднего объема, ведут себя при этом как рациональные экономические агенты? Если нет, то обоснуйте, почему Вы так считаете. Если да, то приведите пример обоснованного выбора, когда покупатель предпочтет именно этот вариант покупки попкорна.

Задача 7. Максимум 10 баллов

Одна из компаний, которая продает оргтехнику и компьютеры, запустила акцию, согласно которой каждый покупатель ноутбука или стационарного компьютера получает в подарок беспроводные наушники с зарядным футляром. Иван Иванович решил приобрести ноутбук, стоимость которого составляет 130 000 рублей. При формировании заказа в интернет-магазине компании ему было предложено добавить к заказу наушники, стоимостью 15 000 рублей. При этом наушники достанутся покупателю ноутбука бесплатно, и доставка товаров любому покупателю по указанному им адресу тоже осуществляется бесплатно. Спустя некоторое время после оформления заказа Ивану Ивановичу пришло сообщение от другой компании - службы доставки, о том, что ноутбук и наушники будут доставлены ему в разные дни с интервалом примерно в одну неделю: сначала привезут наушники, а затем ноутбук. У покупателя есть возможность отказаться от любого купленного товара даже после его получения (при соблюдении условий возврата).

(а) Объясните, почему при бесплатной доставке товаров покупателям службе доставки может быть выгодно осуществлять доставку товаров из одного заказа в разные дни? Такая политика доставки используется многими крупными логистическими компаниями, осуществляющими доставку товаров конечным покупателям.

(б) Если у покупателя есть возможность отказаться от любого купленного товара даже после его получения, то каким образом компания, продающая оргтехнику, может ограничить покупателя в желании оставить себе бесплатные наушники, но отказаться при этом от ноутбука? Приведите пример механизма, к которому стоит прибегнуть компании, и объясните принцип его действия на покупателя.