Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации

Олимпиада школьников РАНХиГС по Экономике

10 – 11 класс

2021 – 2022 учебный год

Отборочный этап

Задача 1. Максимум 14 баллов

Решите уравнение:

$$\arcsin(sinx) = \frac{\pi}{2} sin\left(arcsin\frac{2x}{\pi}\right)$$

Решение

ОДЗ: $-1 \le \frac{2x}{\pi} \le 1 \;\leftrightarrow\; -\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$.

Левая часть уравнения $\arcsin(\sin x) = x$.

Правая часть уравнения $\frac{\pi}{2}\sin\left(\arcsin\frac{2x}{\pi}\right) = \frac{\pi}{2}\cdot\frac{2x}{\pi} = x$.

Таким образом, данное уравнение является тождеством (в пределах ОДЗ).

Ответ: $-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$.

Критерии оценки

Задачу можно решать графически.

Построены графики левой и правой частей и сделаны верные выводы, т.е. получен верный ответ - 14 баллов.

Если решение аналитическое, написано ОДЗ, сделаны верные выводы, получен верный ответ - 14 баллов.

Построены графики левой и правой частей, но сделаны неверные выводы (т.е. получен неверный ответ) - 7 баллов.

Если ОДЗ присутствует; ход рассуждения верный, но допущены ошибки, получен неверный ответ - 7 баллов.

Построен только один из графиков - 3 балла.

Если ОДЗ отсутствует; получен верный ответ, но он не обоснован - 3 балла.

Задача 2. Максиму 14 баллов

Решите уравнение:

$$\log_4\left(4^{\sqrt{2}\sin x} + 4^{\sqrt{2}\cos x}\right) + \log_{(\mathrm{tg}^4 x+1)^2}\sqrt{2} = \log_{16}\frac{\mathrm{ctg}^4 x}{\mathrm{ctg}^4 x + 1}.$$

Решение

Проведем ряд несложных преобразований:

$$\log_4\left(4^{\sqrt{2}\sin x} + 4^{\sqrt{2}\cos x}\right) + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\log_{\mathrm{tg}^4 x+1} 2 - \frac{1}{4}\cdot\log_2\frac{\mathrm{ctg}^4 x}{\mathrm{ctg}^4 x + 1} = 0,$$

$$\log_4\left(4^{\sqrt{2}\sin x} + 4^{\sqrt{2}\cos x}\right) + \frac{1}{4}\cdot\log_{\mathrm{tg}^4 x+1} 2 - \frac{1}{4}\cdot\log_2\frac{\mathrm{ctg}^4 x\cdot\mathrm{tg}^4 x}{(\mathrm{ctg}^4 x + 1)\cdot\mathrm{tg}^4 x} = 0,$$

$$\log_4\left(4^{\sqrt{2}\sin x} + 4^{\sqrt{2}\cos x}\right) + \frac{1}{4}\cdot\log_{\mathrm{tg}^4 x+1} 2 - \frac{1}{4}\cdot\log_2\frac{1}{\mathrm{tg}^4 x + 1} = 0,$$

$$\log_4\left(4^{\sqrt{2}\sin x} + 4^{\sqrt{2}\cos x}\right) + \frac{1}{4}\cdot\left(\log_{\mathrm{tg}^4 x+1} 2 + \log_2(\mathrm{tg}^4 x + 1)\right) = 0.$$

Заметим, что числа $\log_{\mathrm{tg}^4 x+1} 2$, $\log_2(\mathrm{tg}^4 x + 1)$ – положительные взаимно обратные, а потому, как известно

$$\log_{\mathrm{tg}^4 x+1} 2 + \log_2(\mathrm{tg}^4 x + 1) \ge 2,$$

при этом равенство выполняется только когда $\log_2(\mathrm{tg}^4 x + 1) = 1$, что равносильно $\mathrm{tg}\, x = \pm 1$ или $x = \pm\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

Теперь рассмотрим выражение:

$$4^{\sqrt{2}\sin x}+4^{\sqrt{2}\cos x},$$

оценим его, применив неравенство между средним геометрическим и средним арифметическим (неравенство Коши) для положительных чисел a, b:

$$\frac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}\Leftrightarrow a+b\geq 2\sqrt{ab},$$

которое обращается в равенство только в случае равенства $a=b$.

Имеем:

$$4^{\sqrt{2}\sin x}+4^{\sqrt{2}\cos x}\geq 2\cdot\sqrt{4^{\sqrt{2}\sin x}\cdot 4^{\sqrt{2}\cos x}}=2^{\sqrt{2}(\sin x+\cos x)+1}=$$

$$=2^{2\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+1}\geq 2^{-2+1}=\frac{1}{2},$$

где использовалась формула вспомогательного аргумента:

$$\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right),$$

а также ограниченность синуса: $\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\geq -1$. При этом заметим, что равенство в полученном неравенстве выполняется только, когда достигается равенство в каждой из двух примененных оценок, т.е. когда:

$$\begin{cases}4^{\sqrt{2}\sin x}=4^{\sqrt{2}\cos x},\\ \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=-1,\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sin x=\cos x,\\ x+\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{2}+2\pi k, k\in\mathbb{Z},\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\operatorname{tg}x=1,\\ x=\frac{5\pi}{4}+2\pi k, k\in\mathbb{Z},\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{5\pi}{4}+2\pi k, k\in\mathbb{Z}.$$

Итак, справедлива оценка:

$$\log_4\left(4^{\sqrt{2}\sin x}+4^{\sqrt{2}\cos x}\right)+\frac{1}{4}\cdot\left(\log_{\operatorname{tg}^4x+1}2+\log_2(\operatorname{tg}^4x+1)\right)\geq$$

$$\geq\log_4\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\cdot 2=-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=0.$$

Следовательно, равенство нулю возможно лишь при обращении всех примененных оценок в равенства, или, что то же самое, при выполнении условий системы:

$$\begin{cases}x=\pm\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in\mathbb{Z},\\ x=\frac{5\pi}{4}+2\pi k, k\in\mathbb{Z}.\end{cases}$$

Откуда получаем

Ответ: $x=\frac{5\pi}{4}+2\pi k, k\in\mathbb{Z}$.

Критерии оценки

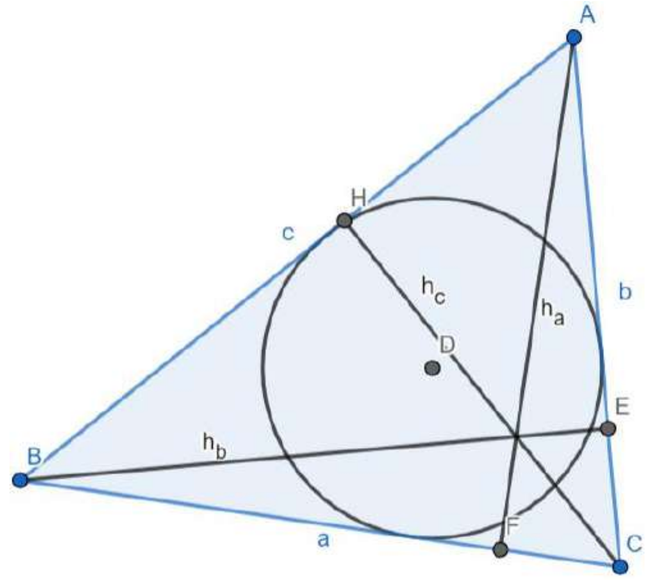
1. Обосновано получен верный ответ: 14 баллов;
2. Имеется верная цепочка рассуждений и получен верный ответ, однако, не обоснована хотя бы одна из рассмотренных оценок: 7 баллов;
3. Получена хотя бы одна из рассмотренных оценок, однако, ответ неверный либо решение задачи не доведено до конца: 4 балла;
4. В остальных случаях: 0 баллов.

Задача 3. Максимум 14 баллов

Населенные пункты A, B и C соединены прямолинейными дорогами. Расстояние от населенного пункта A до дороги, соединяющей населенные пункты B и C равно 100 км, а сумма расстояний от пункта B до дороги, соединяющей A и C, и от пункта C до дороги, соединяющей A и B, равна 300 км. Известно, что пункт D равноудален от дорог, соединяющих пункты A, B, C и лежит внутри области, ограниченной этими дорогами. Любой житель всех населенных пунктов тратит не более 1 л топлива на каждые 10 км дороги. Какой максимальный объем топлива понадобился бы автомобилисту, которому нужно добраться от населенного пункта D до любой из дорог, соединяющих остальные населенные пункты между собой?

Решение

Населенные пункты образуют треугольник ABC, пункт D при этом, являясь точкой, равноудаленной от сторон треугольника есть инцентр данного треугольника (т.е. центр вписанной окружности). Заметим, что расход топлива будет максимален, когда максимально расстояние от точки D до сторон треугольника ABC, или, что то же самое, когда радиус r вписанной в данный треугольник окружности будет максимален в условиях задачи. Условия задачи нетрудно переформулировать так (см. рис.):



ha=100, hb+hc=300,

где ha, hb, hc – суть высоты треугольника ABC. Несложно установить, что справедливо равенство:

1ha+1hb+1hc=1r.

В самом деле, пусть S – площадь треугольника, тогда

S=12aha=12bhb=12chc=pr.

Отсюда:

ha=2Sa, hb=2Sb, hc=2Sc, r=Sp.

И имеем:

1ha+1hb+1hc=a2S+b2S+c2S=a+b+c2S=pS=1r.

Из условия следует, что

1r=1100+1hb+1hc=1100+1hb+1300-hb=1100+300hb300-hb.

Радиус r максимален, когда сумма, стоящая в правой части равенства, минимальна. Но это равносильно максимальности выражения

hb300-hb.

А это есть квадратичная функция и ее максимум достигается в ее вершине, т.е., как нетрудно понять, при hb=150. Значит, максимальное значение радиуса вписанной окружности находится из равенства

1r=1100+300150300-150=1100+175=7300⇔r=3007 км.

Отсюда наибольший расход топлива составляет:

r10=307 л.

Ответ: 307 л.

Критерии оценки

1. Обосновано получен верный ответ: 14 баллов;
2. Имеется верная цепочка рассуждений и получен верный ответ, однако, не обосновано соотношение между высотами и радиусом вписанной окружности: 7 баллов;
3. Имеется верная цепочка рассуждений и получен верный ответ, однако, не обосновано, что наибольшее значение соответствующей функции будет при hb=150: 7 баллов;
4. Имеется в целом верная цепочка рассуждений, однако, решение задачи не доведено до конца либо имеющиеся обоснования не полны: 3 балла;
5. В остальных случаях: 0 баллов.

Задача 4. Максимум 14 баллов

Высокотехнологичная японская компания презентовала уникального робота, способного производить строительные блоки, которые могут быть проданы по 90 денежных единиц за штуку. Из-за нехватки специальных чипов в ближайшее время невозможно повторить данного робота или даже отремонтировать имеющегося, если он придёт в негодность. Если робот в течение суток будет работать по L часов над производством блоков, то через $8-\sqrt{L}$ дней он придёт в полную негодность. Известно, что почасовая средняя производительность робота в течение смены определяется функцией $\frac{1}{\sqrt{L}}$, причем величина L может быть установлена единожды и не подлежит изменениям.

(а) Какую величину L необходимо выбрать, если основной задачей является максимизация количества строительных блоков, производимых роботом за сутки?

(б) Какую величину L необходимо выбрать, если основной задачей является максимизация количества строительных блоков, производимых роботом за весь срок своей эксплуатации?

(в) Японская компания, владеющая роботом, решила заработать на нём как можно больше денег. Поэтому было принято решение, помимо производства товара, в свободное от производства строительных блоков время отправлять робота на круглосуточную выставку, где он будет стоять в качестве экспоната и приносить по 4 денежных единицы в час. Причём если робот пришел в негодность, то использовать его как экспонат нельзя. Какую величину L стоит выбрать, чтобы обеспечить максимальный доход от владения роботом? Чему будет равен доход компании?

(г) Чему равен минимальный почасовой доход компании от использования робота на выставке, при котором компания примет решение, отказаться от производства строительных блоков?

Решение

(а) Запишем целевую функцию компании. Пусть Q_d – количество блоков, которое робот производит за сутки. $Q_d = L \cdot \frac{1}{\sqrt{L}} = \sqrt{L}$ →max. Заметим, что функция $Q_d(L)$ монотонно возрастает, а значит Q_d принимает максимальное значением, если $L = L_{max}$. В сутках 24 часа → $L^* = 24$.

Ответ: 24.

(б) Запишем целевую функцию компании. Пусть Q_l – количество блоков, которое робот производит за весь период работоспособности. $Ql = Q_d \cdot (8 - \sqrt{L}) = 8\sqrt{L} - L$. Пусть $a = \sqrt{L}$, тогда $Q_l(a) = 8a - a^2$. График функции является параболой с ветвями вниз, максимум достигается в вершине – $a^* = 4$, $L^* = 16$.

Ответ: 16.

(в) Пусть N – количество часов в сутки, которое робот работает экспонатом, тогда $N + L = 24$. Пусть за свою жизнь робот производит Q блоков, тогда доход от продажи блоков составляет $90Q$. Доход от работы в качестве экспоната приносит 4 денежные единицы в час, а значит, суммарный доход от этой деятельности составляет $4N \cdot (8 - \sqrt{L})$. Совокупный доход составляет $TR = 90Q + 4N \cdot (8 - \sqrt{L})$. Учитывая предыдущий пункт, очевидно, что $Q = 8\sqrt{L} - L$ и $N = 24 - L$:

$$TR = 90 \cdot (8\sqrt{L} - L) + 4(24 - L)(8 - \sqrt{L})$$

$$TR = 720\sqrt{L} - 90L + 768 - 96\sqrt{L} - 32L + 4L^{1,5}$$

$$TR = 4L^{1,5} - 122L + 625\sqrt{L} + 768$$

Найдём максимум функции. $TR' = 6L^{0,5} - 122 + \frac{312}{L^{0,5}} = 0$

$$TR' = \frac{6L - 122L^{0,5} + 312}{L^{0,5}} = 0$$

$$TR' = \frac{(L^{0,5} - 3)(6L^{0,5} - 104)}{L^{0,5}}$$

$L_1 = 9$, $L_2 = \frac{2704}{9}$. Заметим, что $L \in [0; 24]$.

$TR'(L) \geq 0, L \in (0; 9]$ и $TR'(L) \leq 0, L \in [9; 24]$.

Максимум совокупного дохода достигается при $L^* = 9$.

$TR_{max} = 90(8 \cdot 3 - 9) + 4(24 - 9)(8 - 3) = 1650$

Ответ: $L^* = 9, TR_{max} = 1650$**.**

(г) Пусть x – почасовой доход компании от использования робота на выставке, тогда:

$TR = 90(8\sqrt{L} - L) + a(24 - L)(8 - \sqrt{L})$

Необходимо найти такой a, при котором $L^* = 0$.

$TR = 720\sqrt{L} - 90L + 192a - 8a \cdot L - 24a \cdot \sqrt{L} + a \cdot L^{1,5}$

$$TR_L' = \frac{360}{\sqrt{L}} - 90 - 8a - \frac{12a}{\sqrt{L}} + 1{,}5a \cdot L^{0,5}$$

$TR_L' = 0$ при $a < 30$ имеет два корня – x_1 и x_2. Важно, что $x_1 < x_2$, а $x_2 < 24$ при $a < 30$. $TR_L' \geq 0$, $x \in (0; x_1]$ и $TR_L' \leq 0$, $x \in (x_1; x_2]$. Значение TR_L' при $x \in [x_2; +\infty)$ нет необходимости рассматривать, так как $L_{max} \leq 24 < x_2$. Максимум выручки достигается при $L = x_1 > 0$.

При $a = 30$ $TR_L' < 0$, $L \in (0; 24]$. Значит, $TR_{max} = TR(0)$. Очевидно, что с ростом a оптимум в точке $L = 0$ сохранится. Минимальный почасовой доход от использования робота на выставке, при котором компания примет решение отказаться от производства блоков – 30.

Ответ: 30.

Критерии оценки

(а) Сформулирована целевая функция – (1б), определено оптимальное значение L – (1б).

(б) Сформулирована целевая функция – (1б), определено оптимальное значение L – (2б).

(в) Сформулирована целевая функция – (1б), определено оптимальное значение L – (2б), найдено максимальное значение выручки фирмы – (1б).

(г) Определена целевая функция фирмы – (2б), определен минимальный почасовой доход от использования робота на выставке – (3б).

Штраф в 1 балл за арифметические ошибки, которые не привели к существенному искажению результатов. Если оптимальное значение функции найдено верно, но отсутствует обоснование оптимизации – 0 баллов. Ответы без решений оцениваются в 0 баллов. Альтернативные решения могут быть оценены в полное количество баллов, если содержат правильную и обоснованную последовательность действий.

Задача 5. Максимум 20 баллов

Командир танкового батальона в честь присвоения нового воинского звания решил устроить массовый праздник, пригласив на него подчинённых солдат. Прийти на него могут только те солдаты, которых командир сам пригласит. Главным лакомством на празднике является гречневая каша. Однако командир танкового батальона, посовещавшись со своей семьей, решил сделать сюрприз – первоначально гости, как и сам командир, будут принимать решение о потреблении гречневой каши, полагая, что они будут оплачивать её самостоятельно, но в конце торжества командир оплатит общий счёт из накоплений своей семьи. Он обнаружил, что если выстроить солдат по росту, то прослеживается некоторая закономерность в изменении их функций спроса. Спрос на гречневую кашу самого низкого солдата имеет вид $Qd = 510 - 5{,}1P$, спрос следующего по росту $Qd = 520 - 5{,}2P$, следующего – $Qd = 530 - 5{,}3P$ и так далее. Командир в первую очередь будет приглашать самых невысоких танкистов. Индивидуальный спрос командира на гречневую кашу имеет вид $Qd = 500 - 5P$.

(а) Как задаётся индивидуальный спрос 45-ого солдата, приглашённого на праздник? Как будет задаваться совокупный спрос на гречневую кашу, если командир пригласит 45 солдат и сам не откажется от каши?

(б) Командир может пригласить солдат в местное кафе, единственное в регионе. Предельные издержки на производство гречневой каши равны 0. Семья командира готова потратить на празднование не более 2 525 000 денежных единиц. Чему равно максимальное количество гостей, спрос на гречневую кашу которых будет удовлетворен на празднике, если командир ест кашу вместе со всеми?

(в) Прикинув, сколько солдат он сможет накормить в кафе, командир батальона принял решение пригласить военнослужащих на танковый фестиваль. Кроме командира и приглашенных им солдат, никто не предъявляет спрос на кашу. Гречневую кашу на фестивале предлагают 25 совершенно конкурентных фирм, предложение каждой из которых характеризуется функцией $Qs = 302P$. Семья командира и в этом случае готова потратить всю сумму, которая выделена на празднование, но если ее окажется недостаточно, то командир попросит всех гостей поровну разделить остаток счёта. Известно, что равновесная цена установилась на уровне 20 денежных единиц. Сколько солдат командир пригласил на праздник? Пришлось ли гостям оплатить часть счета? Если да, то сколько каждый из них заплатил? Считайте, что если гостям, как и командиру, приходится вносить некоторую фиксированную плату, то внесенная оплата не влияет на их спрос на гречневую кашу.

(г) Какой вариант (б или в) предпочли бы солдаты, если бы каждый из них принимал решение о количестве съеденной гречневой каши согласно своей функции спроса, как описано в условии задачи? Ответ обоснуйте.

Решение

(а) Командир старается накормить как можно больше солдат, а значит, в первую очередь он будет приглашать относительно низких солдат – при прочих равных, их потребление каши меньше.

Заметим, что индивидуальный спрос солдат определяется по формуле $Q_d = 500 + 10n - (5 + 0{,}1n)P$, где n – порядковый номер солдата. Также заметим, что все потребители готовы приобретать товар при $P \in [0; 100]$, а значит, чтобы найти рыночный спрос достаточно просуммировать функции индивидуального спроса.

Индивидуальный спрос 45-ого солдата имеет вид $Q_d = 950 - 9{,}5P$. Чтобы найти спрос 45 солдат можно воспользоваться формулой арифметической прогрессии:

$$Q_d = \frac{(510 - 5{,}1P + 500 + 10n - (5 + 0{,}1n)P}{2} \cdot n$$

Если $n = 45$, то:

$Q_d = 32850 - 328{,}5P$

Добавив спрос командира, получаем рыночный спрос: $Q_d = 33350 - 333{,}5P$.

Ответ: $Q_d = 950 - 9{,}5P$, $Q_d = 33350 - 333{,}5P$.

(б) Для кафе задача максимизации прибыли совпадает с задачей максимизации выручки, так как предельные издержки равны 0. Если командир пригласит n солдат, тогда рыночный спрос будет равен:

$$Q_d = 500 - 5P + \frac{1010n + 10n^2 - (10{,}1n + 0{,}1n^2)P}{2}$$

$$Q_d = 5n^2 + 505n + 500 - (0{,}05n^2 + 5{,}05n + 5)P$$

$$TR = (5n^2 + 505n + 500)P - (0{,}05n^2 + 5{,}05n + 5)P^2$$

График TR является параболой с ветвями вниз, так как при $n \geq 0$ выполняется $0{,}05n^2 + 5{,}05n + 5 > 0$. Максимальное значение в вершине параболы:

$P^* = \dfrac{-5n^2 - 505n - 500}{-2(0{,}05n^2 + 5{,}05n + 5)} = 50$

$TR_{max} = TR(50) = 125n^2 + 12625n + 12500$

$TR_{max} \leq 2525000$

$125n^2 + 12625n + 12500 - 2525000 \leq 0$

$n^2 + 101n - 20100 \leq 0$

$(n + 201)(n - 100) \leq 0$

$n_1 = -201, n_2 = 100$

Очевидно, количество гостей не может быть отрицательным или нецелым числом, а потому максимально количество гостей, которое может пригласить командир – 100.

Ответ: 100.

(в) Зная индивидуальное предложение одной фирмы, найдём рыночное предложение:

$Q_s = 302P \cdot 25 = 7550P$

Известно, что $Q_s(20) = Q_d(20)$, а значит, $Q_d = 7550 \cdot 20 = 151000$.

Из предыдущего пункта мы знаем, что

$Q_d = 5n^2 + 505n + 500 - (0{,}05n^2 + 5{,}05n + 5)P$

$Q_d(20) = 4n^2 + 404n + 400 = 151000$

$(4n + 1004)(n - 150) = 0$

$n_1 = -251, n_2 = 150$

Командир пригласил 150 гостей.

$TR = 151000 \cdot 20 = 3020000 > 2525000$ – расходы на гречневую кашу превышают бюджет семьи, а значит, солдаты помогут оплатить часть счета. Каждый солдат внесет сумму в размере $\frac{495000}{150} = 3300$ денежных единиц.

Ответ: командир пригласил 150 гостей, каждый из которых внес оплату в 3300 денежных единиц.

(г) Найдём потребительский излишек (CS) для солдата под номером i в каждом из случаев. Для линейной функции спроса $CS = \frac{(P_{max} - P_e)Q}{2}$. Функция спроса каждого солдата линейна, а $P_{max} = 100$.

В пункте (б) потребители не платят за гречневую кашу, то есть для них $P_e = 0$.

$Q_i^1 = 500 + 10i - (5 + 0{,}1i) \cdot 50 = 250 + 5i$

$CS_i^1 = (P_{max} - P_e) \cdot 0{,}5 cdot Q_1^i = (100 - 0) \cdot 0{,}5(250 + 5i) = 12500 + 250i.$

В пункте (в) потребители также не платят за гречневую кашу прямым образом, но тратят 3300 денежных единиц.

$Q_i^2 = 500 + 10i - (5 + 0{,}1i) \cdot 20 = 400 + 8i$

$CS_i^2 = (100 - 0) \cdot 0{,}5(400 + 8i) - 3300 = 16700 + 400i$

Видно, что даже с учетом трат на частичную оплату счета, для любого $i \geq 0$ выполняется $CS_i^2 > CS_i^1$.

Ответ: все солдаты предпочитают вариант (в).

Критерии оценки

(а) Сформирован индивидуальный спрос – (1б), сформулирован рыночный спрос – (2б).

(б) Сформулирована задача фирмы – (1б), определена оптимальная цена – (2б), определено максимальное количество гостей – (3б).

(в) Сформулирована функция рыночного предложения – (1б), определено равновесное количество – (1б), сформулирована функция рыночного спроса в зависимости от количества гостей – (2б), определено максимальное количество гостей – (2б), определено поведение гостей и и их оплата счета – (2б).

(г) Сформулировано обоснованное сравнение выгод, из которого следует вывод о предпочтительности какого-либо варианта – (3б).

Штраф в 1 балл за арифметические ошибки, которые не привели к существенному искажению результатов. Альтернативные решения могут быть оценены в полное количество баллов, если содержат правильную и обоснованную последовательность действий.

Задача 6. Максимум 14 баллов

Часто в кинотеатрах, развлекательных центрах продают жареную воздушную кукурузу (попкорн) в емкостях разного объема. При этом, например, покупателю на выбор предоставляется три варианта емкостей с попкорном: маленькая, средняя и большая, в которых помещается 50, 70 и 130 граммов кукурузы по цене 200, 400 и 500 рублей соответственно.

(а) Объясните, как в данном примере используется «эффект приманки» или эффект асимметричного превосходства. (Ознакомиться с принципами этого приема Вы сможете на многих Интернет-ресурсах.)

(б) Возможно ли, что покупатели, которые все же приобретают попкорн в емкости среднего объема, ведут себя при этом как рациональные экономические агенты? Если нет, то обоснуйте, почему Вы так считаете. Если да, то приведите пример обоснованного выбора, когда покупатель предпочтет именно этот вариант покупки попкорна.

Решение:

(а) Эффект приманки в приведенном примере проявляется в побуждении покупателя купить самую большую емкость с попкорном. «Приманкой» в этом случае можно считать среднюю емкость с воздушной кукурузой. Если бы этого варианта товара не было, то какие-то покупатели выбрали бы самую маленькую емкость за 200 рублей, а какие-то – самую большую за 500 рублей. При этом какая-то часть покупателей (возможно, подсознательно) выбирала маленькую емкость, полагая, что большая стоит слишком дорого. Если же есть вариант со средней емкостью, покупатель, как и ранее, будет сравнивать варианты, но заметит, что при небольшой разнице в цене между средней и большой емкостями (400 руб. и 500 руб. соответственно), большая оказывается гораздо выгоднее с точки зрения получаемого объема товара. Часть покупателей будет уже не так скептично относиться покупке большой емкости с кукурузой, отдавая именно ей предпочтение, хотя по сравнению со случаем с двумя емкостями (самой маленькой и самой большой) в них ничего не изменилось.

(а) Да, покупка попкорна в средней емкости может оказаться вполне рациональной. Например, у покупателя есть ограниченная сумма денег (500 рублей), которую он выделил на приобретение попкорна и сладкой газировки, при этом предпочтения его таковы, что он не может есть кукурузу без того, чтобы запивать ее газировкой. Предположим также, что пропорции объема кукурузы и газировки, с точки зрения именно его предпочтений, должны быть соблюдены. Тогда покупка самой выгодной (с точки зрения средней цены за грамм) порции кукурузы, которая обойдется ему в 500 рублей, принесла бы ему меньше удовольствия, чем покупка средней порции и некоторого количества газировки. В этом случае, конечно, необходимо заметить, что и вариант с приобретением маленькой порции кукурузы, на который он потратил бы меньше денег, тоже оказался бы (с точки зрения его предпочтений!) худшим вариантом, чем приобретение средней порции, если он всегда предпочел бы съесть как можно больше кукурузы и выпить как можно больше газировки, соблюдая предпочтительные для него пропорции этих продуктов.

Критерии оценки.

(а) Аргументированно раскрыта суть эффекта приманки – 5 баллов.

Суть эффекта приманки раскрыта частично, допущены концептуальные ошибки – только 2 балла из 5 возможных.

Суть эффекта приманки не раскрыта – 0 баллов.

(б) Приведен корректный пример или подробные пояснения, когда вариант покупки попкорна средней емкости может оказаться рациональным – 5 баллов.

Указано, что вариант покупки попкорна средней емкости не является рациональным, и вычислена средняя стоимость за грамм – только 1 балл из 5 возможных.

Указано, что вариант покупки попкорна средней емкости не является рациональным, но при этом не приведено никаких веских аргументов – 0 баллов.

Задача 7. Максимум 10 баллов

Одна из компаний, которая продает оргтехнику и компьютеры, запустила акцию, согласно которой каждый покупатель ноутбука или стационарного компьютера получает в подарок беспроводные наушники с зарядным футляром. Иван Иванович решил приобрести ноутбук, стоимость которого составляет 130 000 рублей. При формировании заказа в интернет-магазине компании ему было предложено добавить к заказу наушники, стоимостью 15 000 рублей. При этом наушники достанутся покупателю ноутбука бесплатно, и доставка товаров любому покупателю по указанному им адресу тоже осуществляется бесплатно. Спустя некоторое время после оформления заказа Ивану Ивановичу пришло сообщение от другой компании - службы доставки, о том, что ноутбук и наушники будут доставлены ему в разные дни с интервалом примерно в одну неделю: сначала привезут наушники, а затем ноутбук. У покупателя есть возможность отказаться от любого купленного товара даже после его получения (при соблюдении условий возврата).

(а) Объясните, почему при бесплатной доставке товаров покупателям службе доставки может быть выгодно осуществлять доставку товаров из одного заказа в разные дни? Такая политика доставки используется многими крупными логистическими компаниями, осуществляющими доставку товаров конечным покупателям.

(б) Если у покупателя есть возможность отказаться от любого купленного товара даже после его получения, то каким образом компания, продающая оргтехнику, может ограничить покупателя в желании оставить себе бесплатные наушники, но отказаться при этом от ноутбука? Приведите пример механизма, к которому стоит прибегнуть компании, и объясните принцип его действия на покупателя.

Решение:

(а) У компаний, которые доставляют товар конечному покупателю, как правило, много складов для хранения товаров, расположенных в разных районах города, регионах страны, а также много пунктов выдачи товаров. На доставку товаров покупателям даже из одного интернет-магазина в разные дни может влиять множество разных факторов. Приведем в пример некоторые из них.

1) Разные сроки поступления товаров на склад компании, которая осуществляет доставку конечному покупателю.
2) Поставщики одного интернет-магазина могут находиться в разных городах, регионах страны.
3) Склады, на которые доставляются товары от поставщиков, могут находиться в разных районах города.

Расходы на хранение каждого товара на складах, а также расходы на перевозку товаров для объединения всего заказа одного покупателя в одну доставку могут оказаться столь значительными, что компании оказывается более выгодным доставить покупателю товары из одного заказа в разные дни. Кроме того, коробки с оргтехникой могут занимать много места, а доставка оргтехники может требовать специальных условий транспортировки. В этом случае крупногабаритные товары, возможно, неудобно доставлять с мелкогабаритными, а мелкогабаритные товары дешевле доставить покупателям на легковом транспорте, а не грузовом.

Компания, продающая оргтехнику, может, например, выписать счет покупателю, в котором стоимость наушников будет составлять 15000 рублей, а стоимость ноутбука – 115000 рублей. При доставке товаров в разные дни покупатель получит чек на соответствующую сумму – указанную в счете стоимость доставленного товара. Если комплект товаров не был оплачен до доставки наушников, то при получении наушников покупателю придется оплатить сумму, указанную в чеке. Таким образом, если наушники будут доставлены ранее, то при отказе от ноутбука, покупатель оплатит стоимость наушников – 15000 рублей. В этом случае стимула отказываться от ноутбука (на который фактически уже предоставлена скидка в 15000 рублей) у покупателя не возникает.

Критерии оценки.

(а) Аргументированно указана любая одна причина – 4 балла.

(б) Предложен механизм в рамках условия задачи и пояснено, почему у потребителя не возникает стимула отказаться от ноутбука – 6 баллов.

Предложен механизм в рамках условия задачи и не пояснено, почему у потребителя не возникает стимула отказаться от ноутбука – только 3 балла из 6 возможных.

Предложен механизм, выходящий за рамки условия задачи и пояснено, почему у потребителя не возникает стимула отказаться от ноутбука – только 3 балла из 6 возможных.

Предложен механизм, выходящий за рамки условия задачи и не пояснено, почему у потребителя не возникает стимула отказаться от ноутбука – только 1 балл из 6 возможных.