11 класс

1. В вершинах правильного двенадцатиугольника в некотором порядке расставили натуральные числа от 1 до 12 (каждое по одному разу). Могло ли случиться так, что суммы всех пар соседних чисел являются простыми и суммы всех пар чисел, между которыми стоят ровно два числа, тоже являются простыми? (20 баллов)

2. Сколькими способами в таблице 3×3 можно расставить числа от 1 до 9 (каждое по одному разу) так, чтобы в каждом столбце сверху-вниз и в каждой строке слева-направо числа шли в порядке возрастания? (20 баллов)

3. Назовём число x *полуцелым*, если число $2x$ – целое. *Полуцелой частью* числа x назовём наибольшее полуцелое число, не превосходящее x, и будем обозначать $]x[$. Решите уравнение $x^2 + 2 \cdot]x[= 6$. (20 баллов)

4. В неравнобедренном треугольнике ABC точка K – середина стороны AB, M – точка пересечения медиан, I – центр вписанной окружности. Известно, что $\angle KIB = 90°$. Докажите, что $MI \perp BC$. (20 баллов)

5. Пусть $p_1, p_2, \dots, p_n, \dots$ – множество всех простых чисел, расположенных в некотором порядке. Может ли случиться так, что для всех натуральных i число $\frac{p_i p_{i+1} - p_{i+2}^2}{p_i + p_{i+1}}$ является натуральным? (20 баллов)