

10 класс

1. Существует ли трёхзначное число такое, что в его записи все цифры различны и расположены в порядке возрастания, в записи его квадрата все цифры различны и расположены в порядке возрастания, и в записи его куба все цифры различны и расположены в порядке возрастания? (20 баллов)
2. Назовём натуральное число *почти палиндромом*, если в нём можно изменить одну цифру так, чтобы оно стало палиндромом. Сколько существует девятизначных почти палиндромов? (20 баллов)
3. В неравностороннем треугольнике ABC биссектриса AD пересекает описанную окружность треугольника в точке P . Точка I – центр вписанной окружности треугольника ABC . Оказалось, что $ID = DP$. Найдите отношение $AI:ID$. (20 баллов)
4. Назовём различные натуральные числа m и n *родственными*, если сумма наименьшего натурального делителя числа m , отличного от 1, и наибольшего натурального делителя числа m , отличного от m , равна n , а сумма наименьшего натурального делителя числа n , отличного от 1, и наибольшего натурального делителя числа n , отличного от n , равна m . Найдите все пары родственных чисел. (20 баллов)
5. Положительные числа a, b, c таковы, что $a + b + c = 1$. Найдите максимальное значение выражения $\frac{(a+1)(b+1)(c+1)}{abc+1}$. (20 баллов)