

Вариант №1 (9 класс, отборочный этап)

№1: На трех сторонах треугольника взяты 5, 6 и 7 точек соответственно. Сколько существует выпуклых четырехугольников с вершинами в этих точках?

№2: Производство x тыс. ед. продукции обходится в $q = 0,5x^2 - 2x - 10$ млн. руб. в год. При цене p тыс. руб. за единицу годовая прибыль от продажи этой продукции (в млн. руб.) составляет $px - q$. Завод выпускает продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшая. При каком наименьшем значении p через три года суммарная прибыль составит не менее 126 млн. руб.

№3: Найдите радиус окружности, касающейся меньшей стороны и продолжений двух других сторон прямоугольного треугольника, если две его меньшие стороны равны 13 и 84 соответственно.

№4: Найдите остаток от деления числа $2^2 \cdot 5^{107} - 271 \cdot 26^{101} - 2^3 \cdot 3^{104}$ на 26.

№5: В сосуд вместимостью 6 л налито 4 л 70%-ного (по объёму) раствора серной кислоты, во второй сосуд той же вместимости налито 3 л 90% -ного раствора серной кислоты. Из второго сосуда в первый переливают некоторое количество раствора так, что в нём получается r -% -ный раствор серной кислоты. Найдите наибольшее целое значение r , при котором задача имеет решение.

№6: Произвольную точку L на катете BC прямоугольного треугольника соединили с вершиной A и серединой гипотенузы M . При этом оказалось, что угол ALC равен углу BLM , и $LC=2$. Определите длину отрезка BL ?

№7: Сколько существует троек натуральных чисел a, b, c , удовлетворяющих уравнению $a + ab + abc + ac + c = 1580$?

№8: Решите уравнение $y^3 - x^3 = 2xy + 40$ в натуральных числах. В ответ выпишите сумму x и y .

№9: Вычислив число 82021, подсчитали сумму цифр в этом числе и записали полученный результат. Затем в новом записанном числе подсчитали сумму цифр и снова записали результат. Эти действия повторяли до тех пор, пока не получили однозначное число. Найти это число.

Вариант №2 (9 класс, отборочный этап)

№1: Каждый из пассажиров автобуса получил билет с шестизначным номером, причем все номера билетов - последовательные натуральные числа.

Какое наибольшее количество пассажиров могло ехать в автобусе, если ровно у $\frac{1}{14}$ из них в номере билета есть цифра 3?

№2: Предприниматель купил здание и собирается открывать в нём пансионат. В пансионате будут однокомнатные и двухкомнатные номера площадью 18 м² и 63 м² соответственно. Общая площадь, которую можно отвести под номера составляет 1053 м². Предприниматель может поделить эту площадь между однокомнатными и двухкомнатными номерами как хочет (вся площадь в 1053 м² должна быть занята этими номерами полностью). Однокомнатный номер будет стоить 4500 руб. в сутки, а двухкомнатный 6500 руб. в сутки. Какую наибольшую сумму сможет зарабатывать в сутки предприниматель?

№3: Стороны треугольника равны 5 и 12. Сумма обратных величин этих сторон равна обратной величине биссектрисы, проведённой к третьей стороне. Найдите угол, противолежащий этой стороне. Ответ запишите в градусах.

№4: У бабушки было 24 внука. Каждый вечер, по своему желанию, бабушка назначала на дежурство по дому 9 или 10 внуков. Через какое наименьшее число дней может оказаться, что каждый из внуков выходил на дежурство одинаковое число раз?

№5: Сплав из золота и серебра массой 13 кг 850 г при полном погружении в воду вытеснил 900 г воды. Определите массу золота в этом сплаве, если известно, что плотность золота равна 19,3 кг/дм³, плотность серебра 10,5 кг/дм³, а плотность воды – 1 кг/дм³

№6: В трапеции $ABCD$ ($BC \parallel AD$) $BC=3$, $AD=6$, точка L – середина боковой стороны CD . На отрезке AL взяли точку Q так, что $AQ=2c$, $QL = c$. Прямая BQ пересекает основание AD в точке F . Определите длину отрезка AF .

№7: Сколько существует таких натуральных чисел n , что выражение $n^n + (2020 - n)^{2021 - n}$ делится нацело на 3?

№8: При каких значениях параметра p один корень уравнения $f(p - x) + f(3 - x) + 61 = p^2$ равен нулю, а второй больше нуля, если $f(x) = x^2 + 29 - p^2$

№9: Найти количество троек целых ненулевых чисел x, y, z , для которых верно соотношение