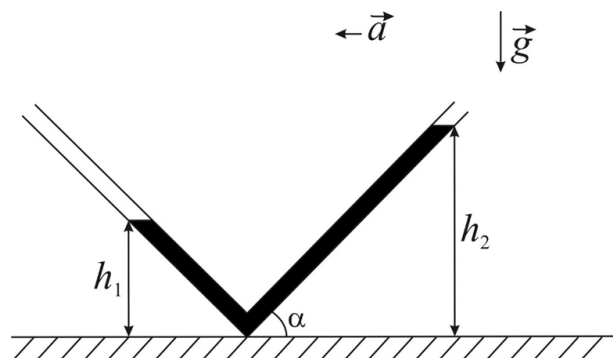


Олимпиада «Ломоносов». Инженерные науки.

10 – 11 класс

1. Акселерометр (25 баллов)

Для изучения прямолинейного равноускоренного движения инженер Моторкин использует прибор, называемый акселерометром. Прибор представляет собой изогнутую под прямым углом тонкую трубку, в которую залито масло. Трубка расположена в вертикальной плоскости, угол наклона правого колена трубки к горизонтали $\alpha = 45^\circ$. При движении трубки с постоянным ускорением \vec{a} в горизонтальном направлении в указанной плоскости уровни масла в коленах трубки равны $h_1 = 6$ см и $h_2 = 10$ см соответственно (см. рис.). Считая, что ускорение свободного падения $g = 10$ м/с², найдите модуль ускорения a .



Вариация параметров

Для обеспечения вариативности заданий использовались следующие параметры:

- h_1 — значения от 6,0 до 8,0 с шагом 1,0;
- h_2 — значения от 10,0 до 12,0 с шагом 1,0.

Требования к ответу

Ответ выразите в метрах на секунду в квадрате и представьте в виде числа, округлив до сотых, без указания единиц измерения.

Возможные решения

Способ 1 (принцип эквивалентности Эйнштейна)

1. Поступательное движение с ускорением эквивалентно наличию дополнительной силы тяжести, т.е. можно ввести эффективное ускорение свободного падения: $\vec{g}_{\text{эфф}} = \vec{g} - \vec{a}$.

2. Поверхность жидкости в равновесии перпендикулярна ускорению свободного падения. Если поверхность жидкости направлена под углом к ускорению свободного падения, то на элементарный объём жидкости у поверхности будет действовать сила вдоль поверхности, под действием которой форма поверхности изменилась бы.

3. Если провести через поверхность жидкости прямую, она будет наклонена под углом β , тангенс которого выражается через a и g : $\text{tg } \beta = \frac{a}{g}$.

4. Пусть эта прямая пересекает горизонталь, на которой установлена трубка, на расстоянии x от угла трубки. Рассмотрим подобные треугольники:

$$\frac{x}{h_1} = \frac{x + h_2/\text{tg } \alpha + h_1/\text{tg}(\pi/2 - \alpha)}{h_2} \Rightarrow x = \frac{h_1}{h_2 - h_1} [h_2/\text{tg } \alpha + h_1/\text{tg}(\pi/2 - \alpha)]$$

5. Подставляем значение $\operatorname{tg} \beta$:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{a}{g} = \frac{h_1}{x} = \frac{h_2 - h_1}{h_2 / \operatorname{tg} \alpha + h_1 / \operatorname{tg} (\pi/2 - \alpha)} \Rightarrow a = g \frac{h_2 - h_1}{h_2 / \operatorname{tg} \alpha + h_1 / \operatorname{tg} (\pi/2 - \alpha)}$$

6. Подставляем числовые значения:

$$a = 10 \cdot \frac{h_2 - h_1}{h_2 + h_1} = 2,5 \text{ м/с}^2.$$

Способ 2

1. Достроим нашу систему, как показано на рисунке. Т.к. мы добавили сообщающийся сосуд, который стыкуется с данным в условии на границе атмосфера-масло, то уровни будут одинаковыми. Далее будем рассматривать сосуд П-образной формы.

2. Гидростатическое давление в правом и левом коленях П-образного сосуда, определяемое силой тяжести: $p_1 = \rho g h_1$, $p_2 = \rho g h_2$.

3. Запишем второй закон Ньютона для жидкости в горизонтальной части трубки в проекции на горизонтальную ось, направленную влево:

$$m a = S (p_2 - p_1)$$

4. Из прямоугольных треугольников: $l_1 = h_1 / \operatorname{tg} (\pi/2 - \alpha)$, $l_2 = h_2 / \operatorname{tg} \alpha$

5. Подставляем в выражение для второго закона Ньютона

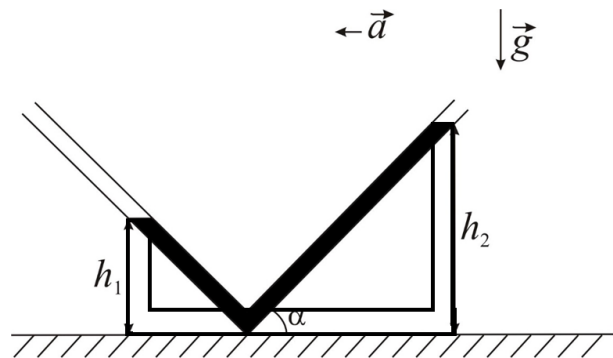
$$\rho S (l_1 + l_2) a = S \rho g (h_2 - h_1)$$

$$a = g \frac{h_2 - h_1}{h_2 / \operatorname{tg} \alpha + h_1 / \operatorname{tg} (\pi/2 - \alpha)}$$

6. Подставляем числовые значения:

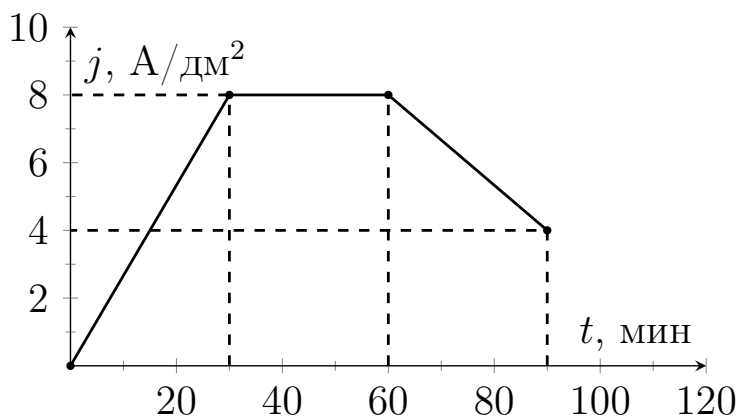
$$a = g \frac{h_2 - h_1}{h_2 + h_1} = 2,5 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: 2,5.



2. Электролиз (25 баллов)

В электролитической ванне в течение 90 минут происходит электролиз раствора медного купороса CuSO_4 . При этом плотность тока j меняется с течением времени t так, как показано на рисунке. Какая масса меди осядет за это время на катоде, если его площадь $S = 20 \text{ см}^2$? Молярная масса меди $M = 63,5 \text{ г/моль}$, число Авогадро принять равным $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$, модуль заряда электрона $-e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$.



Вариация параметров

Для обеспечения вариативности заданий использовался следующий параметр:

- S — значения от 10 до 50 с шагом 5.

Требования к ответу

Ответ выразите в граммах и представьте в виде числа, округлив до сотых, без указания единиц измерения.

Возможное решение

1. Масса выделившегося вещества за время электролиза Δt при силе тока I :

$$m = kq = kI\Delta t,$$

где $k = \frac{M}{e \cdot N_A \cdot n}$ выражается через параметры вещества (M — молярная масса вещества, n — валентность ионов) и постоянные (N_A — число Авогадро, e — заряд электрона).

2. Зная плотность тока $j(t)$ можно найти мгновенное значение силы тока при электролизе:

$$I(t) = jS, \text{ где } S \text{ — площадь катода.}$$

3. Чтобы найти заряд, протекший за время электролиза, нужно посчитать площадь под графиком зависимости силы тока от времени $I(t)$. График состоит из линейных участков. Площадь можно найти как сумму площади треугольника, прямоугольника и трапеции:

$$q = q_1 + q_2 + q_3 = S \left[\frac{j(30) \cdot 30}{2} + j(60)(60 - 30) + \frac{j(90) + j(60)}{2} (90 - 60) \right]$$

4. Подставляем численные значения и выражаем заряд в кулонах с учётом того, что площадь S дана в квадратных сантиметрах, а плотность тока j — в амперах, делённых на квадратный дециметр:

$$q = S [8 \cdot 15 + 8 \cdot 30 + 6 \cdot 30] \cdot 60/100 = 324 \cdot S$$

5. Валентность ионов меди: $n = 2$.

$$6. \text{ Масса меди: } m = \frac{M \cdot q}{e \cdot N_A \cdot n}.$$

7. Подставляем числовые данные (S — в квадратных сантиметрах):

$$m = \frac{63,5}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 2} \cdot 324 \cdot S = 0,1068S = 2,14 \text{ (г)}.$$

Ответ: 2,14.

3. Капающий кран (25 баллов)

Из плохо закрытого крана каждые $t = 10$ секунд падает капля. Перед отрывом от сетки аэратора капля имеет примерно полусферическую форму. Считая смачивание сетки аэратора крана полным, оценить объёмный расход воды в сутки через этот кран. Плотность воды принять $\rho = 1 \text{ г/см}^3$, а коэффициент поверхностного натяжения $\sigma = 73 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$. Считать ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$, $\pi = 3,14$.

Вариация параметров

Для обеспечения вариативности заданий использовался следующий параметр:

- t — значения от 5 до 20 с шагом 5.

Требования к ответу

Выразите ответ в литрах и представьте в виде числа, округлив до десятых, без указания единиц измерения.

Возможное решение:

1. Сила тяжести полусферической капли равна $F_T = mg = \rho_v \frac{2}{3} \pi R^3 g$

2. Она уравнивается силой поверхностного натяжения, приложенной к границе воды, сетки и воздуха. Угол смачивания равен нулю, следовательно, сила равна произведению коэффициента поверхностного натяжения воды на длину границы:

$$F_{п.н.} = \sigma \cdot L, L = 2\pi R$$

3. Радиус капли, при котором она ещё держится определяется из условия равенства силы тяжести и силы поверхностного натяжения:

$$R = \sqrt{\frac{3\sigma}{\rho_v g}}$$

4. Расход воды:

$$V = \frac{2}{3} \pi \left(\frac{3\sigma}{\rho_v g} \right)^{3/2} \frac{24 \cdot 60 \cdot 60}{t}$$

5. Подставляя данные задачи, получим (t — в секундах):

$$V = \frac{2}{3} \cdot 3,14 \cdot \left(\frac{3 \cdot 73 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 10^3} \right)^{3/2} \frac{24 \cdot 60 \cdot 60}{t} = \frac{18,5}{t} = 1,9 \text{ л}$$

Ответ: 1,9.

4. Сварка (25 баллов)

Одним из применений ацетилена является газовая сварка. До промышленного производства сварочных аппаратов с возможностью подключения баллонов с ацетиленом и кислородом для сварки ацетилен получали в результате реакции некоторого твёрдого вещества с молярной массой примерно 64 г/моль с водой.

Александрю потребовалось сварить забор на дачном участке. Для этого нужна непрерывная работа сварочной горелки в течении времени $t = 1$ час с расходом ацетилена 2 литра в минуту. Определить, какое твёрдое вещество должен использовать Александр, и указать это в решении. Найти минимальную массу этого вещества, которую нужно заготовить заранее, чтобы её хватило на все сварочные работы. Считать условия проведения работ нормальными.

Вариация параметров

Для обеспечения вариативности заданий использовался следующий параметр:

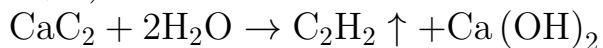
- t — значения от 1,25 до 2,5 с шагом 0,25.

Требования к ответу

Ответ выразите в граммах и представьте в виде числа, округлив до целых, без указания единиц измерения.

Возможное решение

1. Уравнение химической реакции для получения ацетилена (вещество — карбид кальция):



2. Объём ацетилена, необходимый для сварки:

$$V = 120t \text{ литров, где } t \text{ — в часах.}$$

3. Будем считать, что условия сварки стандартные. При этом 1 моль газа занимает 22,4 литра. Количество молей ацетилена:

$$\nu = t \cdot 120 / 22,4 \approx 5,36t \text{ моль}$$

4. Количество вещества карбида кальция и количество вещества ацетилена равны друг другу.

5. Искомая масса карбида кальция равна (t — в часах):

$$m = \nu \cdot M = 5,36t \cdot 64 \approx 343t = 343 \text{ г.}$$

Ответ: 343.