

Министерство науки и высшего образования РФ
Совет ректоров вузов Томской области
Открытая региональная межвузовская олимпиада 2021-2022
МАТЕМАТИКА
9 класс
Отборочный этап
Вариант 1

1. Дана арифметическая прогрессия $a_1 = 9, a_2, a_3, \dots, a_{2021} = 509$.

Вычислите
$$\frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{2020}} + \sqrt{a_{2021}}}.$$

(7 баллов)

2. Расстояние между городами Томск и Юрга составляет 105 км. Из Томска в Юргу выезжает автобус с постоянной скоростью v . Через 30 минут вслед за ним выезжает автомобиль со скоростью 40 км/ч, который, догнав в пути автобус, поворачивает обратно и движется с прежней скоростью. Определите все возможные значения v , при которых автомобиль возвращается в Томск позже, чем автобус приходит в Юргу.

(7 баллов)

3. Функция $f(x) = (0.4 - 0.1x)(x - 2)(0.2x + 1)(x + 3) + 1.02$ определена для всех вещественных x . Найдите множество значений функции $f(x)$.

(7 баллов)

4. Найдите все значения k , при каждом из которых уравнение

$$x^2 + (3 + k)x - 6(k + 1)^2 + 11k + 8 = 0$$

имеет два корня x_1 и x_2 , удовлетворяющие неравенству

$$\frac{2x_1}{x_2} + \frac{x_2}{2x_1} \leq 2.$$

(7 баллов)

5. Рассмотрим четырехугольник $ABCD$ – вписанный в окружность. На луче DC отложим отрезок DE равный DA , а на луче BA отложим отрезок BF равный BC . Верно ли, что при этих условиях прямая BD разделит отрезок EF пополам? Ответ объясните.

(7 баллов)

Внимание! Задача считается решенной, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

Желаем успеха!

Министерство науки и высшего образования РФ
Совет ректоров вузов Томской области
Открытая региональная межвузовская олимпиада 2021-2022
МАТЕМАТИКА
9 класс
Отборочный этап
Вариант 2

1. Дана арифметическая прогрессия $a_1 = 7, a_2, a_3, \dots, a_{2021} = 607$.

Вычислите
$$\frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{2020}} + \sqrt{a_{2021}}}.$$

(7 баллов)

2. Ваня, Маша и Степан движутся по дороге в одном направлении с постоянными скоростями. Ваня идет пешком, Маша едет на велосипеде, а Степан – на мотоцикле. В тот момент, когда Ваня и Маша находились в одной точке, Степан был позади них на расстоянии 6 км. В тот момент, когда Степан догнал Машу, Ваня отстал от них на 3 км. На сколько километров Маша обогнала Ваню в тот момент, когда Степан догнал Ваню?

(7 баллов)

3. Функция $f(x) = 2(0.4 - 0.1x)(x - 2)(0.2x + 1)(x + 3) + 2.04$ определена для всех вещественных x . Найдите множество значений функции $f(x)$.

(7 баллов)

4. Найдите все значения k , при каждом из которых уравнение

$$x^2 + (3 + k)x - 6(k - 1)^2 - 13k + 8 = 0$$

имеет два корня x_1 и x_2 , удовлетворяющие неравенству

$$\frac{2x_1}{x_2} + \frac{x_2}{2x_1} \leq 2.$$

(7 баллов)

5. Рассмотрим четырехугольник $ABCD$ – вписанный в окружность. На луче DC отложим отрезок DE равный DA , а на луче BA отложим отрезок BF равный BC . Верно ли, что при этих условиях прямая BD разделит отрезок EF пополам? Ответ объясните.

(7 баллов)

Внимание! Задача считается решенной, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

Желаем успеха!