

Министерство науки и высшего образования РФ
Совет ректоров вузов Томской области
Открытая региональная межвузовская олимпиада 2021-2022
МАТЕМАТИКА (9 класс)
Заключительный этап
Вариант 1

1. Существуют ли целые числа x и y такие, что
 $(x + 2019)(x + 2020) + (x + 2020)(x + 2021) + (x + 2019)(x + 2021) = y^2$?

2. В спортивном магазине за два дня продали тринадцать пар кроссовок, два спортивных костюма и одну футболку, при этом в первый день была выручена такая же сумма денег, что и во второй день (от продажи вышеперечисленного товара). Одна пара кроссовок дешевле спортивного костюма и дороже футболки на одну и ту же сумму. Сколько продали пар кроссовок и костюмов в один день с футболкой?

3. Найдите $g(2022)$, если для любых действительных x, y выполняется равенство
 $g(x - y) = 2022(g(x) + g(y)) - 2021xy$.

4. Докажите, что выражение
 $(a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) - (ax + bz)^2 - (by + cx)^2 - (cz - ay)^2$
можно представить в виде полного квадрата некоторого многочлена от переменных, входящих в данное выражение.

5. В равнобедренном треугольнике MNK стороны $MN = NK = 8$, $MK = 4$. На стороне NK выбрана точка F так, что окружности, вписанные в треугольники MNF и MKF , касаются друг друга. Найдите площади треугольников MNF и MKF .

Министерство науки и высшего образования РФ
Совет ректоров вузов Томской области
Открытая региональная межвузовская олимпиада 2021-2022
МАТЕМАТИКА (9 класс)
Заключительный этап
Вариант 2

1. Существуют ли целые числа x и y такие, что
 $(x + 2020)(x + 2021) + (x + 2021)(x + 2022) + (x + 2020)(x + 2022) = y^2$?

2. Миша пригласил на празднование своего дня рождения восемнадцать друзей со спортивной секции и двух своих братьев, всего двадцать гостей. Все гости и сам Миша, разместившись за двумя столами, съели все хот-доги, поданные поровну на оба стола, причем ели все только со своего стола. Каждый друг из спортивной секции съел хот-догов больше каждого брата Миши, но меньше Миши на одно и тоже количество штук. Сколько друзей из спортивной секции и сколько братьев сидело за одним столом с Мишей?

3. Найдите $g(2021)$, если для любых действительных x, y выполняется равенство
 $g(x - y) = 2021(g(x) + g(y)) - 2022xy$.

4. Докажите, что выражение
 $(a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) - (ax - bz)^2 - (by - cx)^2 - (cz - ay)^2$
можно представить в виде полного квадрата некоторого многочлена от переменных, входящих в данное выражение.

5. В равнобедренном треугольнике MNK стороны $MN = NK = 12$, $MK = 8$. На стороне NK выбрана точка F так, что окружности, вписанные в треугольники MNF и MKF , касаются друг друга. Найдите площади треугольников MNF и MKF .