

**Министерство науки и высшего образования РФ**  
**Совет ректоров вузов Томской области**  
**Открытая региональная межвузовская олимпиада 2021-2022**  
**МАТЕМАТИКА**  
**11 класс**  
**Отборочный этап**  
**Вариант 1**

1. Функция  $f(x)$  определена для всех вещественных  $x$  и удовлетворяет неравенству

$$\sqrt{2f(x)} - \sqrt{2f(x) - f(2+x)} \geq 2 \text{ при всех вещественных } x.$$

Верно ли, что  $f(x) \geq 4$  для каждого вещественного  $x$ ? Ответ объясните.

(7 баллов)

2. Найдите значение  $x + y$ , если  $\log_2 \left( \cos^2(2021xy) + \frac{1}{\cos^2(2021xy)} \right) = \frac{1}{x^2 - 2x + 2}$ .

(7 баллов)

3. Решите неравенство:  $4(1 - \operatorname{tg}x)^{2020} + (1 + \operatorname{tg}x)^{2022} \geq 2^{2022}$ .

(7 баллов)

4. Даны два числа  $a = \sqrt{4 + c^3 - 9c} - c - 3^d$  и  $b = 2 - c - 3^d$ , относительно которых известно:

- 1) если  $|a| > |b|$ , то  $a > 0$ ;
- 2) если  $|a| < |b|$ , то  $b < 0$ ;
- 3) если  $|a| = |b|$ , то  $a > 0 > b$ .

Найдите все пары  $(c; d)$ , для которых выполняются все вышеперечисленные условия.

(7 баллов)

5. Известно, что точка  $M$  – середина  $SA$  треугольной пирамиды  $SABC$  равноудалена от всех вершин пирамиды, а точка  $H$  – основание высоты  $SH$  исходной пирамиды. Верно ли, что  $BA^2 + BH^2 < CA^2 + CH^2$ ? Ответ объясните.

(7 баллов)

**Внимание!** Задача считается решенной, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

**Желаем успеха!**

**Министерство науки и высшего образования РФ**  
**Совет ректоров вузов Томской области**  
**Открытая региональная межвузовская олимпиада 2021-2022**  
**МАТЕМАТИКА**  
**11 класс**  
**Отборочный этап**  
**Вариант 2**

1. Функция  $f(x)$  определена для всех вещественных  $x$  и удовлетворяет неравенству

$$\sqrt{3f(x)} - \sqrt{3f(x) - f(3+x)} \geq 3 \text{ при всех вещественных } x.$$

Верно ли, что  $f(x) \geq 9$  для каждого вещественного  $x$ ? Ответ объясните.

(7 баллов)

2. Найдите значение  $x + y$ , если  $\log_2 \left( \sin^2(2021xy) + \frac{1}{\sin^2(2021xy)} \right) = \frac{1}{x^2 - 2x + 2}$ .

(7 баллов)

3. Решите неравенство:  $4(1 + \operatorname{ctgx})^{2020} + (1 - \operatorname{ctgx})^{2022} \leq 2^{2022}$ .

(7 баллов)

4. Даны два числа  $a = \sqrt{9 + c^3 - 4c} - c - 5^d$  и  $b = 3 - c - 5^d$ , относительно которых известно:

- 1) если  $|a| > |b|$ , то  $a > 0$ ;
- 2) если  $|a| < |b|$ , то  $b < 0$ ;
- 3) если  $|a| = |b|$ , то  $a > 0 > b$ .

Найдите все пары  $(c; d)$ , для которых выполняются все вышеперечисленные условия.

(7 баллов)

5. Известно, что точка  $M$  – середина  $SA$  треугольной пирамиды  $SABC$  равноудалена от всех вершин пирамиды, а точка  $H$  – основание высоты  $SH$  исходной пирамиды. Верно ли, что  $BA^2 + BH^2 > CA^2 + CH^2$ ? Ответ объясните.

(7 баллов)

**Внимание!** Задача считается решенной, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

**Желаем успеха!**