

**Министерство науки и высшего образования РФ**  
**Совет ректоров вузов Томской области**  
**Открытая региональная межвузовская олимпиада 2021-2022**  
**МАТЕМАТИКА (11 класс)**  
**Заключительный этап**  
**Вариант 1**

1. Вычислите  $2022! \cdot (S_{2021} - 1)$ , если  $S_n = \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \dots + \frac{n}{(n+1)!}$ .

2. Для каждого значения параметра  $k$  решите уравнение

$$4 - \sin^2 x + \cos 4x + \cos 2x + 2\sin 3x \cdot \sin 7x - \cos^2 7x = \cos^2 \left( \frac{\pi k}{2021} \right).$$

3. Пусть  $p(x) = x^2 + 3x + 2$ . Вычислите произведение

$$\left(1 - \frac{2}{p(1)}\right) \cdot \left(1 - \frac{2}{p(2)}\right) \cdot \left(1 - \frac{2}{p(3)}\right) \dots \left(1 - \frac{2}{p(2021)}\right).$$

4. Найдите значение выражения  $\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac}$ , если относительно  $a, b, c$  известно, что это три различных действительных числа, удовлетворяющих условиям  $a^3 - 2022a^2 + 1011 = 0$ ,  $b^3 - 2022b^2 + 1011 = 0$ ,  $c^3 - 2022c^2 + 1011 = 0$ .

5. В основании четырехугольной пирамиды  $SMNKL$  лежит прямоугольник  $MNKL$ . Известны длины четырех ребер данной пирамиды  $MN = 5$ ,  $NK = 2$ ,  $SM = 3$ ,  $SN = 4$ . Определите при каких значениях длин оставшихся двух ребер  $SK$  и  $SL$  объем пирамиды достигает наибольшей величины, и вычислите этот объем.

**Министерство науки и высшего образования РФ**  
**Совет ректоров вузов Томской области**  
**Открытая региональная межвузовская олимпиада 2021-2022**  
**МАТЕМАТИКА (11 класс)**  
**Заключительный этап**  
**Вариант 2**

1. Вычислите  $2023! \cdot (S_{2022} - 1)$ , если  $S_n = \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \dots + \frac{n}{(n+1)!}$ .

2. Для каждого значения параметра  $k$  решите уравнение

$$2 + \cos^2 x + \cos 4x + \cos 2x + 2\sin 3x \cdot \sin 7x + \sin^2 7x = \cos^2 \left( \frac{\pi k}{2022} \right).$$

3. Пусть  $p(x) = x^2 + 3x + 2$ . Вычислите произведение

$$\left(1 - \frac{2}{p(1)}\right) \cdot \left(1 - \frac{2}{p(2)}\right) \cdot \left(1 - \frac{2}{p(3)}\right) \cdots \left(1 - \frac{2}{p(2022)}\right).$$

4. Найдите значение выражения  $\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac}$ , если относительно  $a, b, c$  известно, что это три различных действительных числа, удовлетворяющих условиям  $a^3 - 2020a^2 + 1010 = 0$ ,  $b^3 - 2020b^2 + 1010 = 0$ ,  $c^3 - 2020c^2 + 1010 = 0$ .

5. В основании четырехугольной пирамиды  $SMNKL$  лежит ромб  $MNKL$  со стороной 4 и острым углом  $NMK$  в  $60^\circ$ . Известно, что  $SM = 2$ ,  $SN = 4$ . Определите при каких значениях длин оставшихся двух ребер  $SK$  и  $SL$  объем пирамиды достигает наибольшей величины, и вычислите этот объем.