

Министерство науки и высшего образования РФ
Совет ректоров вузов Томской области
Открытая региональная межвузовская олимпиада 2021-2022
МАТЕМАТИКА
10 класс
Отборочный этап
Вариант 1

1. Функция $f(x) = (0.4 - 0.1x)(x - 2)(0.2x + 1)(x + 3) + 5.02$ определена для всех вещественных x . Найдите множество значений функции $f(x)$.

(7 баллов)

2. Найдите наибольшее значение величины $x + y$, если $x^2 + y^2 \leq 2022x + 2022y$.

(7 баллов)

3. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} x^3 + y^3 = z; \\ y^3 + z^3 = x; \\ x^3 + z^3 = y. \end{cases}$$

(7 баллов)

4. Даны два числа $a = \sqrt{c^2 - 3c + 4} - c - 5^d$ и $b = 2 - c - 5^d$, относительно которых известно:

- 1) если $|a| > |b|$, то $a > 0$;
- 2) если $|a| < |b|$, то $b < 0$;
- 3) если $|a| = |b|$, то $a > 0 > b$.

Найдите все пары $(c; d)$, для которых выполняются все вышеперечисленные условия.

(7 баллов)

5. Радиус вписанной окружности в прямоугольный треугольник равен 2021. Найдите радиус окружности, которая касается катетов этого треугольника и описанной около него окружности

(7 баллов)

Внимание! Задача считается решенной, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

Желаем успеха!

Министерство науки и высшего образования РФ
Совет ректоров вузов Томской области
Открытая региональная межвузовская олимпиада 2021-2022
МАТЕМАТИКА
10 класс
Отборочный этап
Вариант 2

1. Функция $f(x) = 2(0.4 - 0.1x)(x - 2)(0.2x + 1)(x + 3) + 10.04$ определена для всех вещественных x . Найдите множество значений функции $f(x)$.

(7 баллов)

2. Найдите наибольшее значение величины $x + y$, если $x^2 + y^2 \leq 2020x + 2020y$.

(7 баллов)

3. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} xy + yz = 8; \\ yz + zx = 9; \\ zx + xy = 5. \end{cases}$$

(7 баллов)

4. Даны два числа $a = \sqrt{c^2 - 5c + 9} - c - 3^d$ и $b = 3 - c - 3^d$, относительно которых известно:

- 1) если $|a| > |b|$, то $a > 0$;
- 2) если $|a| < |b|$, то $b < 0$;
- 3) если $|a| = |b|$, то $a > 0 > b$.

Найдите все пары $(c; d)$, для которых выполняются все вышеперечисленные условия.

(7 баллов)

5. Найдите радиус вписанной окружности в прямоугольный треугольник, если известно, что радиус окружности, касающейся катетов этого треугольника и описанной около него окружности, равен 2022.

(7 баллов)

Внимание! Задача считается решенной, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

Желаем успеха!