№задачи	Количество баллов
1 алг.преобразования	10
2 проценты	10
3 планиметрия	12
4 логика	12
5 уравнение+тригонометрия	12
6 параметр	14
7 стереометрия, векторная алгебра	15
8 текстовая задача, последовательности	15
Σ	100

(Очный тур ПОШ)

Задание 1 (10 баллов)

Числа $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z}$ удовлетворяют условиям

$$\mathbf{2022} \cdot (\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y} + \boldsymbol{z}) = \mathbf{1}$$

и

$$\boldsymbol{xy} + \boldsymbol{xz} + \boldsymbol{yz} = \mathbf{2022} \cdot \boldsymbol{xyz}.$$

Найдите

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{x}^{\mathbf{2021}} + \boldsymbol{y}^{\mathbf{2021}} + \boldsymbol{z}^{\mathbf{2021}}.$$

Решение:

Из условия вытекает уравнение:

$$\frac{1}{x+y+z} = \frac{xy+xz+yz}{xyz} = 2022.$$

Откуда получаем

$$xyz = (x+y+z) \cdot (xy+xz+yz)$$

Перенося все слагаемые в левую часть уравнения, после преобразований и разложения на множители получаем

$$(x+y)(x+z)(y+z) = 0.$$

Значит, среди чисел x, y, z есть два, дающих в сумме ноль. Пусть $x = -y$, тогда $z = \frac{1}{2022}$.

В итоге получаем, что $A = \frac{1}{2022^{2021}}$.

Ответ: $\boldsymbol{\frac{1}{2022^{2021}}}$.

Критерии оценивания:

- *Приведено полное обоснованное решение – 10 баллов*
- *Задача не решена, но имеются значительные продвижения – 3 балла*
- *Задача не решена или приведен верный ответ без обоснований – 0 баллов*

Вариант 2.

Задание 1 (10 баллов)

Числа $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z}$ удовлетворяют условиям

$$\mathbf{2022} \cdot (\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y}+\boldsymbol{z}) = \mathbf{1}$$

и

$$\boldsymbol{xy}+\boldsymbol{xz}+\boldsymbol{yz} = \mathbf{2022} \cdot \boldsymbol{xyz}.$$

Найдите

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{x}^{\mathbf{2023}} + \boldsymbol{y}^{\mathbf{2023}} + \boldsymbol{z}^{\mathbf{2023}}.$$

Решение:

Из условия вытекает уравнение:

$$\frac{1}{x+y+z} = \frac{xy+xz+yz}{xyz} = 2022.$$

Откуда получаем

$$xyz = (x+y+z) \cdot (xy+xz+yz)$$

Перенося все слагаемые в левую часть уравнения, после преобразований и разложения на множители получаем

$$(x+y)(x+z)(y+z) = 0.$$

Значит, среди чисел x, y, z есть два, дающих в сумме ноль. Пусть $x = -y$, тогда $z = \frac{1}{2022}$.

В итоге получаем, что $A = \frac{1}{2022^{2023}}$.

Ответ: $\boldsymbol{\frac{1}{2022^{2023}}}$.

Задание 2 (10 баллов)

Клиент положил в банк один миллион под $\mathbf{10}\%$ годовых на десять лет. Но, когда он через десять лет пришел снимать деньги, оказалось, что несколько лет назад банк увеличил процент по вкладу до $\mathbf{20}\%$, в результате чего клиент получил больше $\mathbf{4}$ миллионов. Сколько лет назад банк увеличил процент? В ответе укажите наименьшее целое значение.

Решение:

Составим неравенство по условию задачи:

$$1{,}1^{10-n} \cdot 1{,}2^{n} > 4$$

или

$$\left(\frac{1,2}{1,1}\right)^n > \frac{4}{1,1^{10}}$$

$$n > \log_{\frac{1,2}{1,1}}\frac{4}{1,1^{10}} = \frac{\ln\frac{4}{1,1^{10}}}{\ln\frac{1,2}{1,1}} \approx 4,98$$

Приближенными вычислениями можно установить, что минимальное целое число, удовлетворяющее неравенству, это число 5.

Т.е. минимум 5 лет назад банк увеличил процент.

Ответ: 5.

Критерии оценивания:

- *Приведено полное обоснованное решение – 12 баллов*
- *Приведено полное обоснованное решение, но допущена одна арифметическая ошибка – 10 баллов*
- *В приведенном решении отсутствуют рассуждения, касающиеся оценки ln – 6 баллов*
- *Задача не решена или приведен верный ответ без обоснований– 0 баллов*

Вариант 2.

Задание 2 (10 баллов)

Клиент положил в банк один миллион под **6**% годовых на десять лет. Но, когда он через десять лет пришел снимать деньги, оказалось, что несколько лет назад банк увеличил процент по вкладу до **16**%, в результате чего клиент получил больше **3** миллионов. Сколько лет назад банк увеличил процент? В ответе укажите наименьшее целое значение.

Решение:

Составим неравенство по условию задачи:

$$1,06^{10-n} \cdot 1,16^n > 3$$

или

$$\left(\frac{1,16}{1,06}\right)^n > \frac{3}{1,06^{10}}$$

$$n > \log_{\frac{1,16}{1,06}} \frac{3}{1,06^{10}} = \frac{\ln \frac{3}{1,06^{10}}}{\ln \frac{1,16}{1,06}} \approx 5,72$$

Приближенными вычислениями можно установить, что минимальное целое число, удовлетворяющее неравенству, это число 6.

Т.е. минимум 6 лет назад банк увеличил процент.

Ответ: 6.

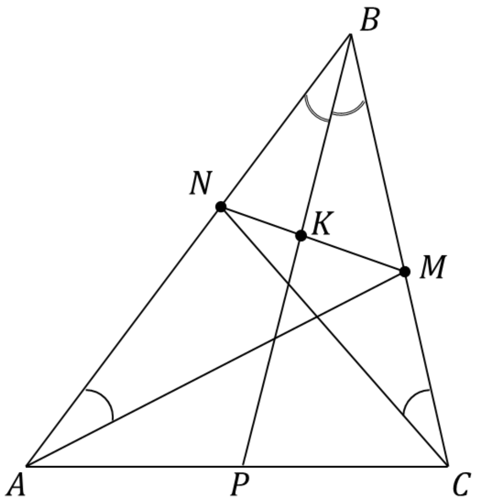
Задание 3 (12 баллов)

На сторонах $\boldsymbol{BC}$ и $\boldsymbol{BA}$ треугольника $\boldsymbol{ABC}$ выбраны точки $\boldsymbol{M}$ и $\boldsymbol{N}$ так, что $\angle \boldsymbol{BAM} = \angle \boldsymbol{BCN}$. Биссектриса треугольника $\boldsymbol{ABC}$, проведенная из вершины $\boldsymbol{B}$, пересекает сторону $\boldsymbol{AC}$ в точке $\boldsymbol{P}$, а отрезок $\boldsymbol{MN}$ – в точке $\boldsymbol{K}$. Докажите, что

$$\boldsymbol{MK} \cdot \boldsymbol{CP} = \boldsymbol{NK} \cdot \boldsymbol{AP}.$$

Решение: 1) Поскольку $\Delta AMB \sim \Delta CNB$ по двум равным углам: $\angle B$ – общий, $\angle BAM = \angle BCN$ (по условию). Значит,

$$\frac{BM}{BN} = \frac{BA}{BC}.$$



2) По свойству биссектрисы угла треугольника:

$$\frac{MK}{NK} = \frac{BM}{BN} \quad \text{и} \quad \frac{CP}{AP} = \frac{CB}{AB}.$$

3) Из пунктов 1) и 2):

$$\frac{\boldsymbol{MK}}{\boldsymbol{NK}} = \frac{BM}{BN} = \frac{AB}{BC} = \frac{\boldsymbol{AP}}{\boldsymbol{CP}}$$

$$\Downarrow$$

$$MK \cdot CP = NK \cdot AP.$$

Критерии оценивания:

- *Приведено полное обоснованное решение – 12 баллов*
- *Задача не решена, но есть существенные продвижения – 5 баллов*
- *Приведен неверный ответ или приведен верный ответ без обоснований – 0 баллов*

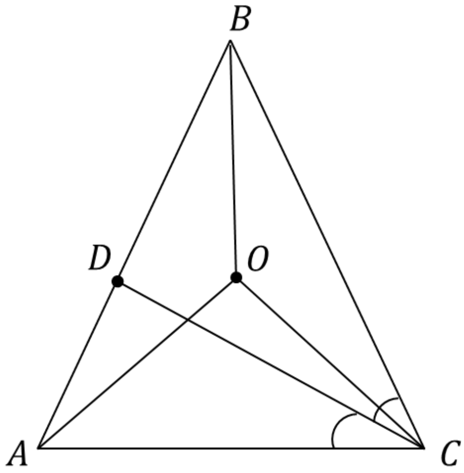
Вариант 2.

Задание 3 (12 баллов)

В треугольнике $\boldsymbol{AB}C$ проведена биссектриса $\boldsymbol{CD}$. Центр окружности, вписанной в треугольник $\boldsymbol{BCD}$, совпадает с центром окружности, описанной около треугольника $\boldsymbol{ABC}$. Найти углы треугольника $\boldsymbol{ABC}$.

Решение:

1) Пусть O – общий центр. Тогда BO и CO – биссектрисы $\angle ABC$ и $\angle BCD$, т.к. O – центр вписанной окружности.



2) Т.к. O – центр описанной окружности, то $AO = BO = CO$.

3) Пусть $\angle ABO = \alpha$, тогда $\angle OAB = \alpha, \angle OCB = \angle OBC = \alpha, \angle BCD = 2\alpha$.

Следовательно, $\angle OAC = \angle OCA = 3\alpha$.

А т.к. $\angle A + \angle B + \angle C = 180^0$, т.е. $4\alpha + 2\alpha + 4\alpha = 180^0$, значит,

$$\alpha = 18^0.$$

В итоге получаем: $\angle A = \angle C = 72^0, \angle B = 36^0$.

Ответ: $\boldsymbol{\angle A = \angle C = 72^0, \angle B = 36^0}$.

Задание 4 (12 баллов)

Каждая из $\mathbf{9}$ клеток квадрата $\mathbf{3 \times 3}$ покрашена в черный или белый цвет. За один ход разрешается перекрасить $\mathbf{3}$ любые клетки в любой строке или в любом столбце в противоположный цвет. Изначально в квадрате центральная клетка – белая, все остальные восемь – черные. Можно ли за некоторое число ходов сделать весь квадрат белым?

Решение:

Рассмотрим любой из квадратов 2×2, расположенный в каком-нибудь углу квадрата. На любом ходе в этом квадрате меняется цвет сразу двух клеток либо ничего не меняется. Значит, четность количества белых клеток и черных клеток за один ход не меняется. Так как в любом таком квадрате 1 белая и 3 черных клетки, то при любом количестве ходов черных и белых клеток будет нечетное число. Следовательно, сделать все клетки белыми невозможно.

Ответ: Нет.

Критерии оценивания:

- *Приведено полное обоснованное решение – 12 баллов*
- *Задача не решена, но есть значительные продвижения – 5 баллов*
- *Приведен неверный ответ или приведен верный ответ без обоснований – 0 баллов*

Вариант 2

Задание 4 (12 баллов)

Куб с размерами $\mathbf{3 \times 3 \times 3}$ содержит $\mathbf{27}$ кубиков, покрашенных в черный или белый цвет. За один ход можно взять один параллелепипед $\mathbf{1 \times 1 \times 3}$ и перекрасить в противоположный цвет все три его кубика. Изначально центральный кубик был черным, а остальные $\mathbf{26}$ – белыми. Можно ли сделать так, что все кубики будут одного цвета?

Решение:

Рассмотрим один из параллелепипедов размером $2 \times 2 \times 2$, расположенных в любом углу исходного куба $3 \times 3 \times 3$. Назовём его R. При любом указанном ходе в кубе R либо ничего не меняется, либо меняется цвет двух его «клеток» (т.е. кубиков $1 \times 1 \times 1$). Значит, четность количества белых и черных «клеток» в R не меняется. Так как в R одна белая «клетка» и семь черных, то при любом количестве ходов белых и черных «клеток» будет нечетное число. Значит, сделать все «клетки» белыми в R невозможно, а, следовательно, и в исходном кубе тоже.

Ответ: Нет.

Задание 5 (12 баллов)

Решить уравнение

$$\sqrt{\frac{\mathbf{1-x^2}}{\mathbf{1+x^2}}}+\sqrt[3]{\frac{\mathbf{2x}}{\mathbf{1+x^2}}}=\mathbf{1}$$

Решение:

Сделаем замену

$$x=\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}, \alpha\in(-\pi,\pi) \qquad (1)$$

Тогда

$$\frac{2x}{1+x^2}=\sin\alpha, \qquad \frac{1-x^2}{1+x^2}=\cos\alpha$$

и исходное уравнение примет вид

$$\sqrt{\cos\alpha}+\sqrt[3]{\sin\alpha}=1 \qquad (2)$$

Если $\sin\alpha<0$, то левая часть (2) строго меньше 1, и корней у (2) нет. В случае же, когда $\cos\alpha\geq 0$ и $\sin\alpha\geq 0$, имеем очевидное неравенство

$$\sqrt{\cos\alpha}+\sqrt[3]{\sin\alpha}\geq\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$$

Причем равенство достигается, только когда или $\sin\alpha=1$ или $\cos\alpha=1$. Значит, либо $\alpha=0$, либо $\alpha=\frac{\pi}{2}$. Подставив найденные значения α в (1), найдем искомое x.

Ответ: $\boldsymbol{x}\in\{\mathbf{0};\mathbf{1}\}$

Критерии оценивания:

- *Задача решена полностью и обоснованно – 12 баллов*
- *Задача решена, но простейшие тригонометрические уравнения решены неверно – 9 баллов*
- *Приведены оценки, но задача не решена – 4 баллов*
- *Задача не решена или приведен верный ответ без обоснований*

Вариант 2.

Задание 5 (12 баллов)

Решить уравнение

$$\sqrt{\frac{2x}{1+x^2}}+\sqrt[5]{\frac{1-x^2}{1+x^2}}=1$$

Решение:

Сделаем замену

$$x=\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}, \alpha \in (-\pi,\pi) \qquad (1)$$

Тогда

$$\frac{2x}{1+x^2}=\sin\alpha, \qquad \frac{1-x^2}{1+x^2}=\cos\alpha$$

и исходное уравнение примет вид

$$\sqrt{\sin\alpha}+\sqrt[5]{\cos\alpha}=1 \qquad (2)$$

Если $\sin\alpha<0$, то левая часть (2) строго меньше 1, и корней у (2) нет. В случае же, когда $\cos\alpha\geq 0$ и $\sin\alpha\geq 0$, имеем очевидное неравенство

$$\sqrt{\sin\alpha}+\sqrt[5]{\cos\alpha}\geq \cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$$

Причем равенство достигается, только когда или $\sin\alpha=1$ или $\cos\alpha=1$. Значит, либо $\alpha=0$, либо $\alpha=\frac{\pi}{2}$. Подставив найденные значения α в (1), найдем искомое x.

Ответ: $\boldsymbol{x\in\{0;1\}}$

Задание 6 (14 баллов)

Найти все значения параметра $\boldsymbol{p}$, при каждом из которых уравнение

$$\boldsymbol{(1,5p-7)\cdot 32^{0,4x+0,2}+(29p-154)\cdot 0,125^{-\frac{x}{3}}=41-11p}$$

имеет ровно $\boldsymbol{10p-p^2-24}$ различных корней.

Решение:

Рассматриваем те значения p, при которых $10p-p^2-24$ является целым неотрицательным числом:

$$10p-p^2-24\geq 0$$

$$(p-4)(p-6)\leq 0$$

Т.е. $p\in[4;6]$, но поскольку $10p-p^2-24=-(p^2-10p+25)+1=1-(p-5)^2\leq 1$, то целым неотрицательным это число может быть только в случае $10p-p^2-24=0$ или $10p-p^2-24=1$. В первом случае: $p=4; p=6$, а во втором: $(p-5)^2=0$, значит $p=5$.

В итоге, число $10p - p^2 - 24$ является целым неотрицательным числом только в случае

$$p = 4; 5; 6.$$

1) $\underline{p = 4}$ (количество корней должно быть =0)

В этом случае исходное уравнение принимает вид

$$-32^{0,4x+0,2} + (-38) \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{x}{3}} = -3,$$

$$-2 \cdot 2^{2x} - 38 \cdot 2^x + 3 = 0.$$

Выполнив замену $t = 2^x > 0$, приходим к квадратному уравнению

$$2t^2 + 38t - 3 = 0,$$

которое имеет один положительный корень, а, следовательно, исходное уравнение будет иметь один корень.

2) $\underline{p = 5}$ (количество корней должно быть =1)

В этом случае исходное уравнение принимает вид

$$0,5 \cdot 2 \cdot 2^{2x} - 9 \cdot 2^x + 14 = 0.$$

Выполнив замену $t = 2^x > 0$, приходим к квадратному уравнению

$$t^2 - 9t + 14 = 0,$$

$$(t-2)(t-7) = 0$$

которое имеет два положительных корня $t_1 = 2, t_2 = 7$ (для каждого из которых получаем одно решение соответствующего уравнения $2^x = t$). Следовательно, исходное уравнение будет иметь два корня.

3) $\underline{p = 6}$ (количество корней должно быть =0)

В этом случае исходное уравнение принимает вид

$$4 \cdot 2^{2x} + 20 \cdot 2^x + 25 = 0.$$

Выполнив замену $t = 2^x > 0$, приходим к квадратному уравнению

$$4t^2 + 20t + 25 = 0,$$

$$(2t + 5)^2 = 0$$

которое не имеет ни одного положительного корня (для корня $t = -\frac{5}{2}$ уравнение $2^x = -\frac{5}{2}$ не имеет решений), а, следовательно, исходное уравнение не будет иметь корней.

Ответ: $\boldsymbol{p = 6}$**.**

Критерии оценивания:

- *Задача решена полностью и обоснованно – 14 баллов*
- *В целом задача решена, но для некоторых значений параметра количество решений определено неверно из-за арифметической ошибки – 12 баллов*
- *Определено возможное количество решений в зависимости от параметра, но для некоторых значений параметра количество решений определено неверно из-за «неисключения» величин, не попавших в область значений – 6 баллов*
- *Задача не решена или дан верный ответ без обоснований – 0 баллов*

Вариант 2.

Задание 6 (14 баллов)

Найти все значения параметра $\boldsymbol{p}$, при каждом из которых уравнение

$$\mathbf{(1,5}\boldsymbol{p}\mathbf{+3,5)\cdot 16^{0,5}}^{\boldsymbol{x}\mathbf{+0,25}}\mathbf{+(2}\boldsymbol{p}\mathbf{+3)\cdot 0,25^{-0,5}}^{\boldsymbol{x}\mathbf{-1}}\mathbf{=1+2}\boldsymbol{p}$$

имеет ровно $(-\boldsymbol{p}^{\mathbf{2}}-\mathbf{4}\boldsymbol{p}-\mathbf{3})$ различных корней.

Решение: (аналогично решению вариант 1) Рассматриваем те значения p, при которых $(-p^2-4p-3)$ является целым неотрицательным числом.

Ответ: $\boldsymbol{p}=\mathbf{-1}$**.**

Задание 7 (15 баллов)

Все рёбра правильной $\boldsymbol{n}$ - угольной пирамиды $(\boldsymbol{n}<\mathbf{2022})$ сделали векторами, поставив на каждом ребре такой пирамиды стрелку. Найдите наибольшее значение $\boldsymbol{n}$, при котором существует такая расстановка стрелок, что сумма полученных векторов будет равна нулевому вектору $\vec{\mathbf{0}}$.

Решение:

Обозначим вершину пирамиды через X_0, вершины основания $X_1,\ldots,X_n$. Покажем, что при нечётном n и любой расстановке направлений на ребрах, сумма получившихся векторов не равна нулю. Предположим противное, то есть при некоторых числах $\{a_i\},\{b_i\}$, принимающих значения ± 1, сумма

$$\sum_j a_j\,\overrightarrow{X_0X_j}+\sum_j b_j\,\overrightarrow{X_jX_{j+1}}=\vec{0}$$

(здесь полагается $X_{n+1}=X_0$).

В этом случае сумма проекций этих векторов на любое направление также равна нулю. Рассмотрим проекции всех этих векторов на высоту пирамиды

$\vec{h}$. Если $i \neq 0$, то эта проекция равна нулю. Если же $i = 0$, то проекция вектора $\overrightarrow{X_iX_{j+1}}$ равна самой высоте, то есть не равна нулю. Тогда проекция всей суммы равна $(a-b)\vec{h} = \vec{0}$, где a – количество векторов вида $\overrightarrow{X_0X_j}$, взятых в сумме с ко Тогда проекция всей суммы равна $(a-b)\vec{h} = \vec{0}$, где a – количество векторов вида $\overrightarrow{X_0X_j}$, взятых в сумме с коэффициентом (−1). Для нечетных n $a \pm b$ (так как их сумма нечетна), следовательно, $(a-b)\vec{h} \neq \vec{0}$, противоречие.

Таким образом, n должно быть чётно. Покажем, что для четного n подобрать коэффициенты соответствующим образом можно. Положим $a_{2k} = -1$, $a_{2k+1} = 1, b_k = 1$ для всех возможных k. Тогда

$$\sum_j a_j \overrightarrow{X_0X_j} + \sum_j b_j \overrightarrow{X_jX_{j+1}} =$$

$$= \sum_j \left(\overrightarrow{X_0X_{2j+1}} + \overrightarrow{X_{2j+1}X_{2j+2}} + \overrightarrow{X_{2j+2}X_0}\right) + \sum_j \overrightarrow{X_{2j}X_{2j+1}}.$$

Первая сумма равна $\vec{0}$, так как все слагаемые в ней равны $\overrightarrow{X_0X_0}$. Во вторую сумму наряду с каждым вектором входит вектор, соответствующий противоположной стороне, но направленный в противоположную сторону. Таким образом, вся сумма равна нулю.

Максимальное четное число, меньшее 2022, равно 2020, это и есть ответ.

(ИДЕЯ): Рассмотрим n – четное. В основании пирамиды расставим стрелки так, чтобы начало каждого последующего вектора совпадало с предыдущим. Сумма таких векторов будет равна $\vec{0}$. На боковых ребрах расставим стрелки поочерёдно из вершины пирамиды в вершину. Теперь повернем всю пирамиду вокруг её оси на угол, равный $\frac{360^0}{n}$, где $n = 2m$. С одной стороны, каждый вектор перешел в другой вектор этой же пирамиды, значит, сумма всех векторов не изменилась. С другой стороны, сумма всегда повернется на угол, не равный 0^0 и не равный 360^0. Единственный вектор, не меняющийся при таком повороте – $\vec{0}$.

Покажем, что n не может быть нечетным. Допустим, что расставить стрелки подобным образом удалось. Спроектируем каждый вектор на высоту пирамиды. Получим, что все векторы, лежащие в основании, проектируются в $\vec{0}$, а проекция каждого из векторов, образованных боковыми ребрами, будет являться высотой пирамиды. Так как по предположению n – нечетное число, то векторная сумма проекций боковых ребер не сможет быть равной $\vec{0}$.

Ответ: 2020.

Критерии оценивания:

- *Приведено полное обоснованное решение – 15 баллов*
- *Рассмотрены не все варианты – 6 баллов*
- *Приведен неверный ответ или приведен верный ответ без обоснований – 0 баллов*

Вариант 2.

Задание 7 (15 баллов)

Все рёбра правильной $\boldsymbol{n}$ - угольной пирамиды ($\boldsymbol{n} > \mathbf{2022}$) сделали векторами, поставив на каждом ребре такой пирамиды стрелку. Найдите наименьшее значение $\boldsymbol{n}$, при котором существует такая расстановка стрелок, что сумма полученных векторов будет равна нулевому вектору $\vec{\mathbf{0}}$.

Решение:

(см. решение вар.1)

Ответ: 2024.

Задание 8 (15 баллов)

Цена акции с 1го по 20 февраля может увеличиваться на 1 или на 2 единицы за день или не меняться, но при этом если увеличение было на 1 пункт, то следующее увеличение обязательно будет на следующий день, если на 2 – то через день (цена не изменится строго тогда, когда цена увеличилась на 2 пункта в предыдущий день). Известно, что 9го, 11го и 17го февраля цена акции не изменилась. Найти количество различных вариантов изменения цены акции к 20 февраля? (вариантом изменения называется упорядоченный набор из чисел 1 и 2, указывающий в какой последовательности менялась цена)

Решение:

С учетом условия получаем, что 8го, 10го и 16 февраля цена акции должна увеличиться строго на 2 пункта. Следовательно, нам нужно подсчитать количество вариантов изменения цены с 1го по 8е, с 12 по 16е, с 18 по 20е.

1) С 18го по 20е возможно два способа увеличения цены: два дня на 1 пункт или один раз на 2 пункта.

2) С 12е по 16е: обозначим количество повышений на $1 - x$, а количество повышений на $2 - y$. Тогда с 12 по 16е:

$$x \cdot 1 + y \cdot 2 = 4.$$

Поскольку $x, y \in \{0,1,2,3,4\}$, то перебором получаем возможные варианты:

$x = 0, y = 2$ (1 способ), $x = 2, y = 1$ (3 способа с учетом порядка), $x = 4, y = 0$ (1 способ). Итого в этот период 5 способов изменения цены акции.

3) С 1го по 8е: по аналогии с 2): $x + 2y = 7$, $x, y \in \{0,1,2,3,4,5,6,7\}$, откуда $x = 1, y = 3$ (4 способа с учетом порядка: сначала на 1, потом 3 раза на 2 и т.п.), $x = 3, y = 2$ (10 способов с учетом порядка), $x = 5, y = 1$ (6 способов с учетом порядка), $x = 7, y = 0$ (1 способ). Итого в этот период 21 способ изменения цены акции.

Тогда общее количество способов будет равно

$$N = 21 \cdot 5 \cdot 2 = 210$$

Замечание: задачу можно решать с помощью рекуррентных соотношений. Обозначим через a_n количество вариантов изменения цены акции с 1го по -ый день, тогда по условию

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}, n \geq 2$$

Т.е. количество вариантов выражается элементами последовательности Фибоначчи, причем $a_0 = 1$, a_1 =1:

$$a_0 = 1, a_1 = 1, a_2 = a_1 + a_0 = 2, a_3 = 3, a_4 = 5, a_5 = 8, a_6 = 13, a_7 = 21, \dots.$$

Значит, для изменения цены с 1го по 8е февраля (изменения возможны в 1ый день, во 2ой, в 3ий, ..., в 7ой):

$$a_7 = a_6 + a_5 = 21.$$

С 12-е по 16-е: количество вариантов $a_4 = 5$.

С 18го по 20е: количество вариантов $a_2 = 2$.

Ответ: 210.

Критерии оценивания:

- *Приведено полное и обоснованное решение – 15 баллов*
- *Задача решена полностью, но допущены арифметические ошибки – 10 баллов*
- *Рассмотрен частный случай – 6 баллов*
- *Решение не приведено или дан верный ответ без обоснований – 0 баллов*

Вариант 2.

Задание 8 (15 баллов)

Цена акции с 1го по 20е февраля может увеличиваться на 1 или на 2 единицы за день или не меняться, но при этом если увеличение было на 1 пункт, то следующее увеличение обязательно будет на следующий день, если на 2 – то через день(цена не изменится строго тогда, когда цена увеличилась на 2 пункта в предыдущий день). Известно, что 8го, 10го и 15го февраля цена акции не изменилась. Найти количество различных вариантов изменения цены акции к 20 февраля? (вариантом изменения называется упорядоченный набор из чисел 1 и 2, указывающий в какой последовательности менялась цена)

Решение: аналогично варианту 1**.**

Ответ: 195.