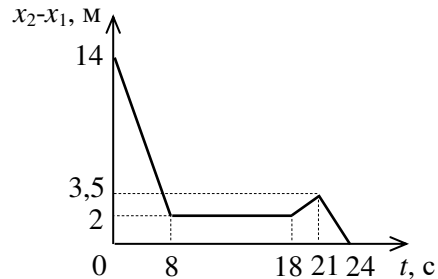


## 7 класс

1. (25 баллов) График зависимости от времени координат  $x_1$  и  $x_2$  двух тел, совершающих движение вдоль оси  $x$ , приведен на рисунке. Нарисовать график зависимости расстояния между телами от времени. Найти максимальную скорость сближения тел.

**Ответ.** См. график на рисунке. Максимальная скорость сближения тел равна 1,5 м/с.

**Решение.** Один вариант нахождения максимальной скорости сближения – непосредственно по данному в условии графику. Тела сближаются на интервалах времени 0-8 с и 21-24 с. Сравним скорости сближения на этих интервалах. На интервале 0-8 с одно тело (пусть первое) удаляется от начала координат со скоростью 1 м/с, а другое (второе) приближается к началу со скоростью 0,5 м/с (эту скорость можно найти по параллельному участку графика первого тела). Следовательно, на интервале 0-8 с скорость сближения равна 1,5 м/с. На интервале 21-24 с первое тело приближается к началу со скоростью 0,5 м/с, а второе – движется в том же направлении со скоростью  $5/3$  м/с (ее можно рассчитать, учитывая, что второе тело находилось в точке  $x_2 = 5$  м в момент  $t = 21$  с). Следовательно, скорость сближения равна  $5/3 - 1/2 = 7/6$  м/с, что меньше 1,5 м/с. Таким образом, максимальная скорость сближения равна 1,5 м/с.



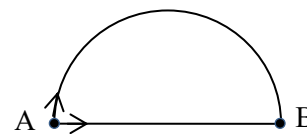
Другой вариант решения задачи – построение сначала графика зависимости расстояния между телами от времени (см. рис.), а затем нахождение по нему максимальной скорости сближения.

**Разбалловка.** Нарисован график зависимости расстояния от времени – 10 баллов.

Рассчитаны скорости сближения на двух участках – 10 баллов.

Проведено сравнение и найдена максимальная скорость сближения – 5 баллов.

2. (25 баллов) Два жучка одновременно начинают бежать со скоростью  $V$  из точки А в точку В: один по прямой, другой по полуокружности радиуса  $R$  (см. рис.). Через какое время расстояние между жучками примет максимальное значение?



**Ответ.** Через время  $\frac{\pi R}{2V}$ .

**Решение.** Расстояние между жучками достигнет максимума в тот момент, когда бегущий по полуокружности жучок пройдет ее половину. Действительно, в этот момент жучки будут двигаться в одном направлении с одинаковой скоростью, т.е. расстояние между ними на мгновение перестанет меняться, тогда как до этого оно увеличивалось. Далее жучки начнут сближаться.

**Разбалловка:** Указано положение жучков в момент, когда расстояние максимально – 15 баллов.

Найдено искомое время – 10 баллов.

3. (25 баллов) Два шара одинакового радиуса из одного материала имеют внутри полости, отличающиеся по объему в 2 раза. При заполнении полостей жидкостью с плотностью  $\rho_0$  масса каждого шара становится равной 1 кг. При заполнении полостей жидкостью с плотностью  $0,8\rho_0$  масса шара с большей полостью становится равной 0,9 кг. Чему при этом равна масса другого шара? Чему равна плотность материала, из которого сделаны шары?

**Ответ.** Масса шара равна 0,95 кг. Плотность материала равна  $\rho_0$ .

**Решение.** Обозначим через  $m_1$  массу шара с меньшей полостью, через  $m_2$  массу шара с большей полостью, а через  $V_0$  объем меньшей полости. Тогда можно составить следующие уравнения:

$$m_1 + \rho_0 V_0 = 1, \quad m_2 + \rho_0 2V_0 = 1, \quad m_2 + 0,8\rho_0 2V_0 = 0,9.$$

Из второго и третьего уравнений находим

$$\rho_0 V_0 = 0,25 \text{ кг}, \quad m_2 = 0,5 \text{ кг}.$$

С учетом найденного значения  $\rho_0 V_0$  из первого уравнения получаем  $m_1 = 0,75$  кг. Тогда искомая масса шара находится как

$$m_1 + 0,8\rho_0 V_0 = 0,75 + 0,8 \cdot 0,25 = 0,95 \text{ кг}.$$

Чтобы найти плотность материала шаров, из двух первых исходных уравнений получим

$$m_1 - m_2 = \rho_0 V_0.$$

Поскольку объемы оболочек шаров отличаются на  $V_0$ , то  $m_1 - m_2$  можно записать также как  $\rho_{\text{ш}} V_0$ , где  $\rho_{\text{ш}}$  – плотность материала шаров. Сравнивая с предыдущей формулой, находим, что  $\rho_{\text{ш}} = \rho_0$ .

**Разбалловка.** Записаны в виде уравнений условия задачи – 5 баллов.

Найдена искомая масса шара – 10 баллов.

Найдена плотность материала шаров – 10 баллов.

4. (25 баллов) При подвешивании гирьки к резинке длиной 120 см она удлиняется на 12 см. Две третьих длины резинки сложили вдвое и закрепили так, как показано на рисунке. На сколько теперь растянет резинку та же гирька?

**Ответ.** На 6 см.

**Решение.** В первом опыте резинка растягивалась равномерно, следовательно, треть резинки растягивалась на 4 см. Таким же будет растяжение верхнего (одинарного) куска резинки во втором опыте. Два параллельных нижних куска растянутся вдвое меньше, т.е. на  $4 : 2 = 2$  см. Общее растяжение будет равно  $4 + 2 = 6$  см.

**Разбалловка.** Найдено растяжение трети одинарной резинки – 10 баллов.

Найдено растяжение двух параллельных кусков резинки – 10 баллов.

Найдено общее растяжение – 5 баллов.

