ОЛИМПИАДА “БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ – БУДУЩЕЕ НАУКИ” 2021-2022

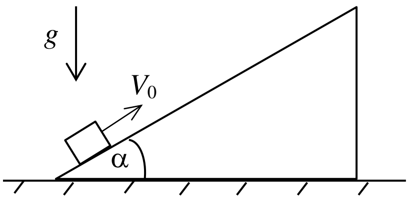
Физика, I тур

РЕШЕНИЯ И РАЗБАЛЛОВКА

Внимание: квант оценки равен 5 (можно ставить только 5, 10, 15 и т. д. баллов)!

11 класс

1. (40 баллов) Кубику массой m сообщили скорость V_0 вдоль поверхности гладкого клина массой $2m$, стоящего на гладком горизонтальном столе (см. рис.). Угол при основании клина равен α. Какую работу совершит над кубиком сила реакции клина к моменту, когда скорость кубика относительно клина обратится в нуль? Ускорение свободного падения равно g.



Ответ. Работа силы реакции будет равна $-\frac{1}{9}mV_0^2\cos^2\alpha$.

Решение. В момент остановки кубика на клине оба тела имеют относительно стола одну и ту же скорость, направленную горизонтально. Обозначим ее через V_1. Из сохранения проекции импульса на горизонтальное направление следует соотношение

$$mV_0\cos\alpha = 3mV_1,$$

откуда находим

$$V_1 = \frac{1}{3}V_0\cos\alpha.$$

По закону сохранения механической энергии для системы тел «кубик + клин» запишем

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{3mV_1^2}{2} + mgh,$$

где через h обозначена высота подъема кубика над столом. Работа силы реакции клина над кубиком равна изменению механической энергии кубика, т.е.

$$A = \frac{mV_1^2}{2} + mgh - \frac{mV_0^2}{2}.$$

Исключая mgh из двух последних уравнений, получаем

$$A = -mV_1^2.$$

(Это соотношение можно также получить из соображений, что работа клина над кубиком равна с обратным знаком работе кубика над клином, т.е. приращению кинетической энергии клина.) Используя найденое выше значение V_1, окончательно получаем

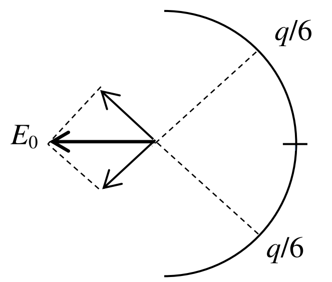
$$A = -\frac{1}{9}mV_0^2\cos^2\alpha.$$

Разбалловка. Использовано равенство скоростей кубика и клина в момент остановки – 5 баллов.
Записан закон сохранения импульса системы брусок-кубик – 5 баллов.
Найдена скорость тел в момент остановки – 5 баллов.
Записано выражение для работы через изменение энергии – 15 баллов.
Получен ответ – 10 баллов.

2. (30 баллов) По тонкому непроводящему кольцу распределен электрический заряд так, что 1/3 заряда равномерно распределена по одной половине кольца, а 2/3 – по другой. При этом напряженность электрического поля в центре кольца равна E_0. Какой станет напряженность в центре кольца, если весь заряд равномерно распределить по четверти кольца?

Ответ. Напряженность станет равной $3\sqrt{2}E_0$.

Решение. Обозначим заряд кольца через q и представим кольцо как суперпозицию равномерно заряженного кольца с зарядом $2q/3$ и полукольца, по которому равномерно распределен заряд $q/3$. Равномерно заряженное кольцо не создает поля в центре, поэтому напряженность E_0 создается только полукольцом с зарядом $q/3$. Это поле можно представить как суперпозицию полей, создаваемых четвертями кольца с зарядами $q/6$ (см. рис.). Учитывая, что поля четвертей направлены под углом 45° к результирующему полю E_0, находим, что величины этих полей равны $E_1 = E_0/\sqrt{2}$. Поле, создаваемое четвертью кольца, пропорционально находящемуся на нем заряду. Поэтому четверть с зарядом q



будет создавать в 6 раз большее поле, чем четверть с зарядом $q/6$, т.е. искомое поле равно $3\sqrt{2}E_0$.

Разбалловка. Понято, что поле E_0 создается половиной кольца с зарядом $q/3$ – 5 баллов.
Поле E_0 представлено как сумма полей четвертей кольца с зарядами $q/6$ – 10 баллов.
Найдено поле четверти с зарядом $q/6$ – 10 баллов.
Найдено искомое поле – 5 баллов.

3. (30 баллов) К вбитому в стену гвоздю привязали на нитях длиной L два куска пластилина так, чтобы получившиеся маятники могли совершать колебания в одной параллельной стене плоскости. Для возбуждения колебаний оба маятника отклонили на небольшой угол α_0 от вертикали, затем отпустили один из них, а когда тот достиг вертикального положения, отпустили и второй. Через какое время после освобождения второго маятника он столкнется с первым? Каким будет максимальный угол отклонения маятника, получившегося в результате слипания кусков пластилина при столкновении? Ускорение свободного падения равно g.

Ответ. Столкновение произойдет через время $t = \frac{3\pi}{4}\sqrt{\frac{L}{g}}$. Максимальный угол будет равен $\alpha_0/\sqrt{2}$.

Решение. Примем за начало отсчета времени момент, когда отпустили второй маятник. Тогда зависимость от времени углов отклонения маятников от вертикали можно записать в виде

$$\alpha_1 = -\alpha_0 \sin \omega t, \qquad \alpha_2 = \alpha_0 \cos \omega t,$$

где угловая частота колебаний определяется формулой $\omega = \sqrt{g/L}$. Столкновению маятников отвечает условие $\alpha_1 = \alpha_2$, откуда находим, что $\omega t = 3\pi/4$ и, следовательно,

$$t = \frac{3\pi}{4\omega} = \frac{3\pi}{4}\sqrt{\frac{L}{g}},$$

т.е., столкновение происходит через 3/8 периода колебаний $T = 2\pi/\omega$. В момент столкновения маятники отклонены на угол $-\alpha_0/\sqrt{2}$.

Поскольку в момент столкновения маятники находятся на одной высоте, их скорости равны по величине. При этом направления скоростей противоположны. По закону сохранения импульса в результате столкновения скорость слипшихся маятников обратится в нуль, поэтому модуль угла отклонения слипшихся маятников в момент столкновения $\alpha_0/\sqrt{2}$ будет их максимальным углом отклонения.

Разбалловка. Записаны формулы для углов отклонения маятников – по 5 баллов за маятник.
Записана формула для частоты (периода) колебаний – 5 баллов.
Записано условие равенства углов при столкновении – 5 баллов.
Найдено время до столкновения – 5 баллов.
Найден максимальный угол отклонения – 5 баллов.