ОЛИМПИАДА “БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ – БУДУЩЕЕ НАУКИ” 2021-2022
Физика, II тур

ОТВЕТЫ, РЕШЕНИЯ И РАЗБАЛЛОВКИ
Внимание: квант оценки равен 5 (можно ставить только 5, 10, 15 и т. д. баллов)!

11 класс

1. (25 баллов) Тело бросили под углом к горизонту в момент $t = 0$ так, что вектор скорости составил с горизонтом угол 45° в моменты времени t_1 и t_2. Найти дальность полета тела. Ускорение свободного падения равно g.

Ответ. Дальность полета равна $\frac{1}{2}g(t_2^2 - t_1^2)$.

Решение. Запишем проекции скорости тела на горизонтальную (x) и вертикальную (y) оси в виде

$$V_x = V_0 \cos\alpha, \quad V_y = V_0 \sin\alpha - gt\ ,$$

где V_0 – начальная скорость тела, а α – угол, под которым тело было брошено. В момент t_1 выполняется условие $V_y = V_x$, т.е.

$$V_0 \sin\alpha - gt_1 = V_0 \cos\alpha,$$

а в момент t_2 – условие $V_y = -V_x$, т.е.

$$V_0 \sin\alpha - gt_2 = -V_0 \cos\alpha.$$

Складывая записанные уравнения, получаем

$$2V_0 \sin\alpha = g(t_2 + t_1),$$

а вычитая одно из другого, получаем

$$2V_0 \cos\alpha = g(t_2 - t_1).$$

Перемножая полученные формулы, приходим к соотношению

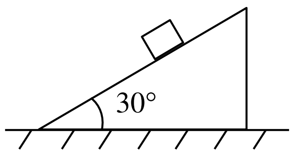
$$V_0^2 \sin 2\alpha = \frac{1}{2}g^2(t_2^2 - t_1^2),$$

подставляя которое в формулу для дальности полета $L = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}$, окончательно получаем

$$L = \frac{1}{2}g(t_2^2 - t_1^2).$$

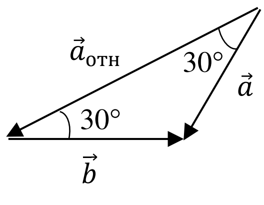
Разбалловка. Записаны формулы для V_x и V_y – 5 баллов.
Записаны уравнения $V_y = V_x$ и $V_y = -V_x$ – 5 баллов.
Записана общая формула для дальности полета – 5 баллов.
Получен ответ – 10 баллов.

2. (25 баллов) На гладкую наклонную грань клина, находящегося на гладком горизонтальном столе, положили брусок (см. рис.). При каком соотношении масс бруска и клина ускорения этих тел будут равны по величине? Угол при основании клина равен 30°.



Ответ. Масса бруска в 2 раза больше массы клина.

Решение. Ускорение бруска $\vec{a}$ можно представить в виде векторной суммы его ускорения относительно клина $\vec{a}_{\text{отн}}$, направленного вдоль наклонной грани клина вниз, и ускорения клина $\vec{b}$, направленного горизонтально (см. рис). Из условия $a = b$ следует, что треугольник ускорений равнобедренный и, следовательно, углы при стороне $\vec{a}_{\text{отн}}$ равны и составляют 30°. Отсюда находим, что вектор $\vec{a}$ направлен под углом 60° к горизонтальной плоскости стола, а его проекция на эту плоскость равна



$$a_{\text{гор}} = a\cos 60° = a/2 = b/2.$$

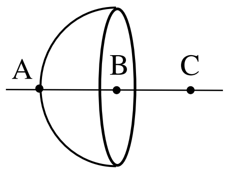
Учтем далее, что в силу сохранения горизонтальной проекции импульса системы «брусок-клин» выполняется соотношение

$$ma_{\text{гор}} = Mb,$$

где m – масса бруска, а M – масса клина. С учетом предыдущей формулы получаем $m/M = 2$.

Разбалловка. Нарисован треугольник ускорений – 5 баллов.
Найдено направление вектора ускорения бруска – 5 баллов.
Получена связь ускорений бруска и клина
(из сохранения импульса или II закона Ньютона) – 10 баллов.
Получен правильный ответ – 5 баллов.

3. (25 баллов) Точки A, B, C находятся на оси симметрии равномерно заряженной полусферы (см. рис.). Точка A находится на поверхности полусферы, точка B в центре, точка C на расстоянии радиуса полусферы от точки B. Помещенная вблизи точки A заряженная частица разгоняется электрическим полем полусферы и проходит точку B со скоростью V_{B}. Какой будет скорость частицы в точке C?



Ответ. Скорость будет равна $\sqrt{2}V_{\mathrm{B}}$.

Решение. По закону сохранения энергии скорость заряда V_{B} связана с разностью потенциалов $\varphi_{\mathrm{A}} - \varphi_{\mathrm{B}}$ между точками A и B соотношением

$$\frac{mV_{\mathrm{B}}^2}{2} = q(\varphi_{\mathrm{A}} - \varphi_{\mathrm{B}}),$$

где q и m – заряд и масса частицы. Скорость V_{C} в точке C определяется аналогичным соотношением

$$\frac{mV_{\mathrm{C}}^2}{2} = \frac{mV_{\mathrm{B}}^2}{2} + q(\varphi_{\mathrm{B}} - \varphi_{\mathrm{C}}) = q(\varphi_{\mathrm{A}} - \varphi_{\mathrm{B}}) + q(\varphi_{\mathrm{B}} - \varphi_{\mathrm{C}}),$$

где через φ_{C} обозначен потенциал в точке C. Если дополнить полусферу до сферы, то в силу принципа суперпозиции потенциал в центре сферы будет равен $2\varphi_{\mathrm{B}}$. Поскольку объем внутри сферы является эквипотенциальным (поле внутри сферы равно нулю), то потенциал в точке A будет также равен $2\varphi_{\mathrm{B}}$ и будет складываться из потенциала φ_{A}, создаваемого в этой точке левой полусферой и потенциала, создаваемого правой (добавленной) полусферой. Вклад правой полусферы в силу симметрии равен, очевидно, потенциалу, создаваемому левой полусферой в точке C, т.е. φ_{C}. Таким образом, получаем соотношение

$$2\varphi_{\mathrm{B}} = \varphi_{\mathrm{A}} + \varphi_{\mathrm{C}}.$$

Отсюда следует, что $\varphi_{\mathrm{B}} - \varphi_{\mathrm{C}} = \varphi_{\mathrm{A}} - \varphi_{\mathrm{B}}$. Возвращаясь к уравнениям для V_{B} и V_{C}, получаем соотношение

$$\frac{mV_{\mathrm{C}}^2}{2} = 2\frac{mV_{\mathrm{B}}^2}{2},$$

откуда окончательно находим, что $V_{\mathrm{C}} = \sqrt{2}V_{\mathrm{B}}$.

Разбалловка. Написаны уравнения закона сохранения энергии – 5 баллов.
Высказана идея достраивания полусферы до сферы – 5 баллов.
Найдена связь потенциалов в точках A, B и C – 10 баллов.
Получен ответ – 5 баллов.

4. (25 баллов) К вбитому в стену гвоздю привязали на нитях длиной L два груза так, чтобы получившиеся маятники могли совершать колебания в одной параллельной стене плоскости. Для возбуждения колебаний один маятник отклонили на небольшой угол θ_0 от вертикали и отпустили, а другой в этот момент толкнули навстречу первому с некоторой скоростью. Какой была эта скорость, если столкновение маятников произошло при угле $\theta_0/2$? Ускорение свободного падения равно g.

Ответ. Скорость была равна $\theta_0\sqrt{gL/3}$.

Решение. Зависимость от времени углов отклонения маятников от вертикали можно записать в виде

$$\theta_1 = \theta_0 \cos \omega t, \qquad \theta_2 = \theta_{\max} \sin \omega t,$$

где $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$ – угловая частота колебаний маятников, а через $\theta_{\max}$ обозначена неизвестная амплитуда колебаний второго маятника. Приравнивая θ_1 к $\theta_0/2$, находим, что в момент столкновения маятников $\omega t = \frac{\pi}{3}$. Приравнивая θ_2 к $\theta_0/2$ и используя $\omega t = \frac{\pi}{3}$, находим амплитуду $\theta_{\max} = \theta_0/\sqrt{3}$. Угловая скорость маятника равна производной по времени от угла, т.е. $\Omega_2 = \omega\theta_{\max}\cos\omega t$. В начальный момент $\Omega_2(0) = \omega\theta_{\max}$, так что линейная скорость второго маятника в этот момент равна $V(0) = \Omega_2(0)L = \omega\theta_{\max}L = \omega L\theta_0/\sqrt{3} = \theta_0\sqrt{gL/3}$.

Разбалловка. Записаны зависимости от времени углов отклонения маятников – по 5 баллов за зависимость.
Найдено значение ωt в момент столкновения – 5 баллов.
Найдена амплитуда $\theta_{\max}$ – 5 баллов.
Найдена искомая скорость – 5 баллов.