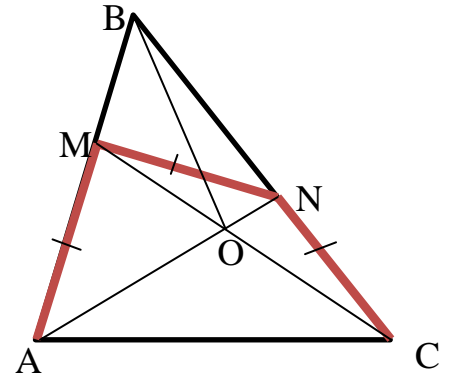


## 10 класс

**10.1.** Дан квадратный трёхчлен  $ax^2+bx+c$ , имеющий корни. Обязательно ли имеет корни квадратный трёхчлен

а)  $a^2x^2+b^2x+c^2$ ? б)  $a^3x^2+b^3x+c^3$ ?

**10.2.** В треугольнике  $ABC$  угол  $B$  равен  $60^\circ$ . На сторонах  $AB$  и  $BC$  отмечены точки  $M$  и  $N$  соответственно. Оказалось, что  $AM = MN = NC$ . Докажите, что точка пересечения отрезков  $CM$  и  $AN$  совпадает с центром окружности, описанной около  $\triangle ABC$ .



**10.3.** Сумму  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{45}$  представили в виде дроби со знаменателем  $45! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 45$ .

Сколькими нулями (в десятичной записи) оканчивается числитель этой дроби?

**10.4.** Дано 100 положительных чисел. Можно ли утверждать, что: а) сумма любых десяти из них меньше 10, если известно, что сумма любых семи из них меньше 7; б) сумма любых семи из них меньше 7, если известно, что сумма любых десяти из них меньше 10?

## 10 класс

**10.1.** Дано уравнение  $x^3+5y=y^3+5x$ . Существуют ли удовлетворяющие этому уравнению а) натуральные числа  $x \neq y$ ? ; б) действительные положительные числа  $x \neq y$ ?

**10.2.** Существует ли выпуклый 27-угольник, у которого все углы различны и выражаются целым числом градусов?

**10.3.** Дан четырехугольник  $ABCD$ , в который можно вписать окружность. Докажите, что две окружности, вписанные в треугольники  $ABC$  и  $ADC$ , касаются диагонали  $AC$  в одной и той же точке.

**10.4.** а) Докажите неравенство  $\sqrt{n+1} + 2\sqrt{n} < \sqrt{9n+3}$  для всех натуральных чисел  $n$ ; б) существует ли такое натуральное  $n$ , для которого  $[\sqrt{n+1} + 2\sqrt{n}] < [\sqrt{9n+3}]$ ? ( $[a]$  — целая часть числа  $a$ ).