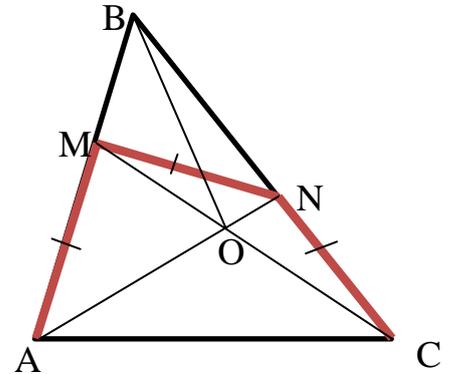


10 класс

10.1. Дан квадратный трёхчлен ax^2+bx+c , имеющий корни. Обязательно ли имеет корни квадратный трёхчлен

а) $a^2x^2+b^2x+c^2$? б) $a^3x^2+b^3x+c^3$?

10.2. В треугольнике ABC угол B равен 60° . На сторонах AB и BC отмечены точки M и N соответственно. Оказалось, что $AM = MN = NC$. Докажите, что точка пересечения отрезков CM и AN совпадает с центром окружности, описанной около $\triangle ABC$.



10.3. Сумму $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{45}$ представили в виде дроби со знаменателем $45! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 45$.

Сколько нулями (в десятичной записи) оканчивается числитель этой дроби?

10.4. Дано 100 положительных чисел. Можно ли утверждать, что: а) сумма любых десяти из них меньше 10, если известно, что сумма любых семи из них меньше 7; б) сумма любых семи из них меньше 7, если известно, что сумма любых десяти из них меньше 10?

10 класс

10.1. Дано уравнение $x^3+5y=y^3+5x$. Существуют ли удовлетворяющие этому уравнению а) натуральные числа $x \neq y$? ; б) действительные положительные числа $x \neq y$?

10.2. Существует ли выпуклый 27-угольник, у которого все углы различны и выражаются целым числом градусов?

10.3. Дан четырехугольник $ABCD$, в который можно вписать окружность. Докажите, что две окружности, вписанные в треугольники ABC и ADC , касаются диагонали AC в одной и той же точке.

10.4. а) Докажите неравенство $\sqrt{n+1} + 2\sqrt{n} < \sqrt{9n+3}$ для всех натуральных чисел n ; б) существует ли такое натуральное n , для которого $[\sqrt{n+1} + 2\sqrt{n}] < [\sqrt{9n+3}]$? ($[a]$ — целая часть числа a).