

Олимпиада школьников «Ломоносов» 2021/2022 учебный год  
Робототехника. Отборочный этап  
8–9 класс

№1 (5 баллов)

Робот должен как можно быстрее проехать трассу. Трасса имеет вид эллипса (см. схему трассы).

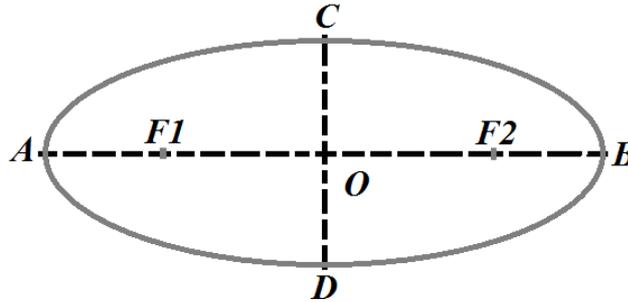


Схема трассы

Робот стартует в точке  $C$  в направлении точки  $A$ , далее он должен проехать всю трассу 4 раза, после чего он получит кубик, с которым робот может финишировать в точке  $A$ .

Известно, что  $CD = 3$  м, коэффициент сжатия эллипса равен  $\frac{1}{3}$ .

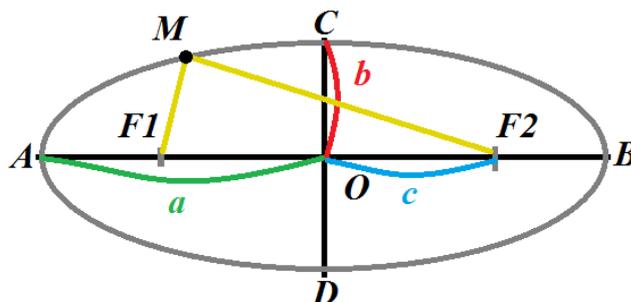
Определите минимальную длину пути, который должен преодолеть робот по трассе. Съезжать с линии робот не может. При расчётах примите  $\pi \approx 3,14$ . Ответ дайте в сантиметрах, округлив результат до целых. В ответ запишите только число.

Чтобы получить более точный ответ, округление стоит производить только при получении финального ответа.

### Справочная информация

Эллипс – это геометрическое место точек плоскости, для которых сумма расстояний до двух данных точек  $F_1$  и  $F_2$  (называемых фокусами) постоянна и больше расстояния между фокусами, т. е.

$$|MF_1| + |MF_2| = 2a, \text{ причём } |F_1F_2| < 2a.$$



Проходящий через фокусы эллипса отрезок  $AB$ , концы которого лежат на эллипсе, называется большой осью эллипса,  $AB = 2a$ .

Отрезок  $CD$ , перпендикулярный большой оси эллипса, проходящий через центральную точку большой оси, концы которого лежат на эллипсе, называется малой осью эллипса,  $CD = 2b$ .

Точка пересечения большой и малой осей эллипса называется его центром.

Отрезки, проведённые из центра эллипса к вершинам на большой и малой осях, называются, соответственно, большой полуосью и малой полуосью эллипса и обозначаются  $a$  и  $b$ .

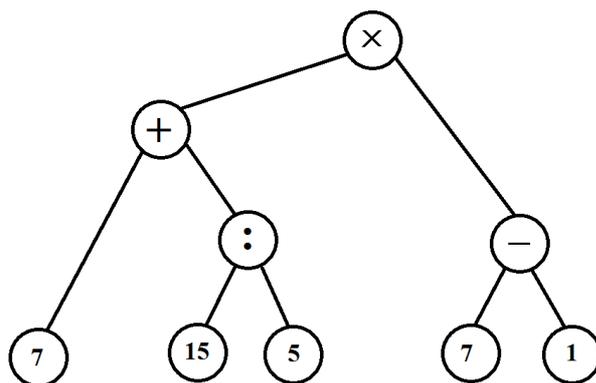
Отношение длин малой и большой полуосей называется коэффициентом сжатия эллипса,  $k = b : a$ .

Периметр эллипса можно приближённо вычислить по формуле:

$$L \approx 4 \times \frac{\pi ab + (a-b)^2}{a+b}$$

№2 (20 баллов)

Наглядным средством представления последовательности вычисления математических выражений могут служить графы (см. пример графа).



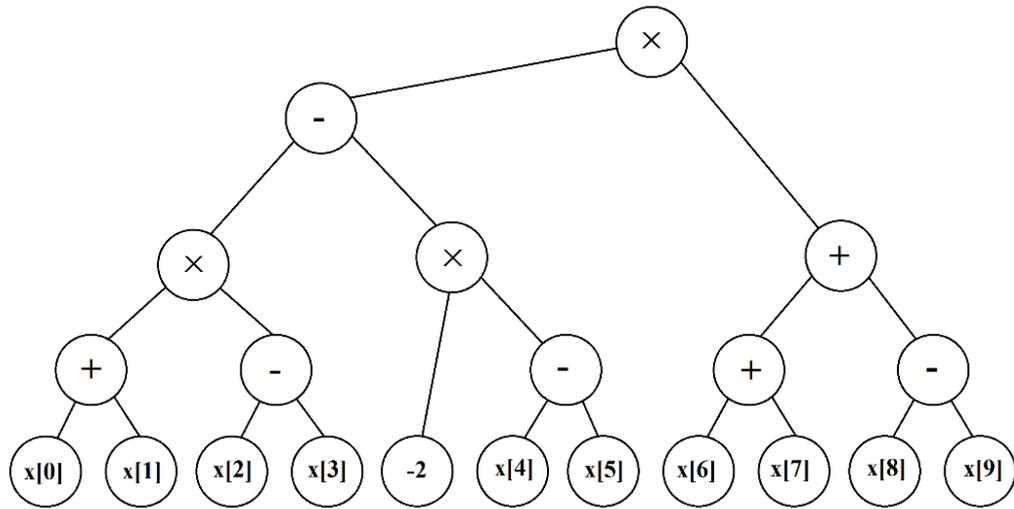
Пример графа

Значение выражения, граф которого представлен в примере, будет равно 60.

Такой граф представляет собой дерево, листьями которого являются числа, а прочие вершины – операциями. Рёбра соединяют вершину-операцию с вершинами-операндами.

Последовательность выполнения операций определяется при прохождении дерева снизу вверх - от листьев к корню. Последней выполняется операция, находящаяся в корне.

Определите значение выражения, которое соответствует следующему дереву (см. граф №2).



Граф №2

Для вычисления значения выражения, закодированного графом №2, следует использовать значения элементов массива X. Известно, что:

- элементы с  $x[0]$  по  $x[3]$  – это первые четыре простых числа, взятые в порядке возрастания.
- элементы с  $x[4]$  по  $x[7]$  – это квадраты первых четырёх натуральных чисел, взятые в порядке возрастания.
- элемент  $x[8] = x[3] - x[7]$ .
- элемент  $x[9] = (-1) * (x[0] + x[4])$ .

В ответ запишите только число.

### №3 (20 баллов)

На первой попытке первую треть трассы робот проехал со скоростью 6 см/с, на оставшейся части трассы его скорость была на 2 см/с ниже. На второй попытке робот двигался на протяжении всей трассы с постоянной скоростью. Время, за которое робот преодолел первую половину трассы во время первой попытки, оказалось в 1,5 раза меньше, чем время, которое робот потратил на преодоление первой половины трассы во время второй попытки.

Определите скорость, с которой робот двигался во время второй попытки. Ответ дайте в сантиметрах в секунду. В ответ запишите только число, округлив результат до десятых.

№4 (25 баллов)

Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами, диаметр каждого из колёс робота равен 9 см. Левым колесом управляет мотор *A*, правым колесом управляет мотор *B*. Колёса напрямую подсоединены к моторам (см. *схему робота*). Ширина колеи робота (расстояние между центрами колёс) равна 27 см. Масса робота равна 2 кг.

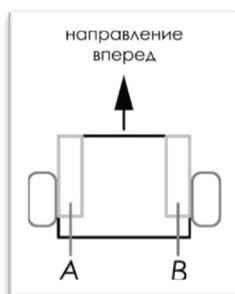


Схема робота

Во время разворота робота вокруг колеса ось мотора *A* повернулась на  $0^\circ$ , а ось мотора *B* повернулась на  $390^\circ$ .

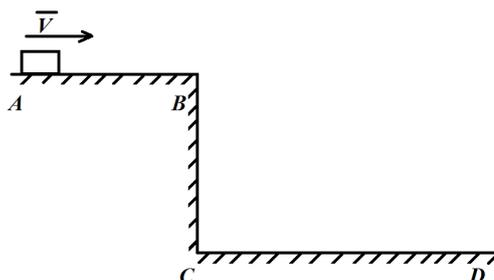
Определите, градусную меру угла, на который повернулся робот. При расчётах примите  $\pi \approx 3,14$ . Ответ дайте в градусах, при необходимости округлив результат до целых. В ответ запишите только число.

Чтобы получить более точный ответ, округление стоит производить только при получении финального ответа.

№5 (15 баллов)

На ровной горизонтальной ступеньке в точке *A* лежит небольшая шайба массы  $m = 12$  г. Робот быстрым ударом сообщает шайбе скорость  $V = 1$  м/с в направлении перпендикулярном грани ступеньки. Коэффициент трения скольжения шайбы о поверхность ступеньки равен  $k = 0,05$ . Шайба доезжает до края ступеньки, падает с неё и приземляется в точке *D* (см. *схему*).

Длина отрезка  $AB = l = 5$  дм,  $CD = s = 15$  дм. При расчетах примите  $g \approx 9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ . Сопротивлением воздуха можно пренебречь.



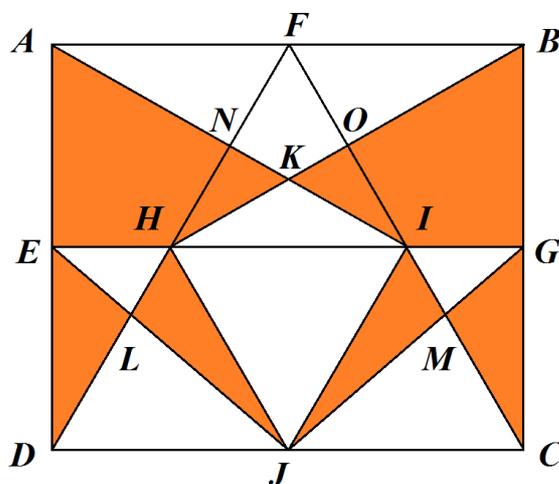
Схема

Определите высоту ступеньки  $BC$ . Ответ дайте в сантиметрах. В ответ запишите только число, округлив результат до целых.

Чтобы получить более точный ответ, округление стоит производить только при получении финального ответа.

№6 (10 баллов)

С одной стороны квадратного листа фанеры нанесли следующую эмблему, состоящую из квадрата и нескольких отрезков (см. *Эмблема*).  $EG$  – средняя линия квадрата  $ABCD$ . Треугольник  $DFC$  – равнобедренный ( $DF = FC$ ). Точка  $J$  – середина стороны  $DC$ . Стороны квадрата совпадают со стороной листа фанеры.



*Эмблема*

Эмблему решили покрасить в два цвета – оранжевый и белый. Расход краски указан в таблице.

№ п/п	Цвет краски	Площадь, которую можно покрасить 1 кг краски (в кв. метрах)
1	Белая	10
2	Жёлтая	10
3	Оранжевая	12
4	Зелёная	13
5	Синяя	16
6	Чёрная	20

*Расход краски*

Определите массу оранжевой краски, которая потребуется для покраски данной эмблемы. Ответ дайте в граммах, округлив результат с точностью до десятых. Толщиной линий разметки можно пренебречь. Буквы на эмблему не наносятся. Длина стороны квадрата равна 2 м.

Чтобы получить более точный ответ, округление стоит производить только при получении финального ответа. В ответ запишите только число.

№7 (5 баллов)

Резисторы, в особенности малой мощности, – это довольно мелкие детали. Поэтому для указания их номинала применяют кодировку с помощью цветных полос.

Резистор нужно разместить так, чтобы ближайшая к выводу полоса располагалась слева или расположить слева самую широкую полосу, которая при определении номинала всегда является первой. Маркировку полос считывают последовательно слева направо.

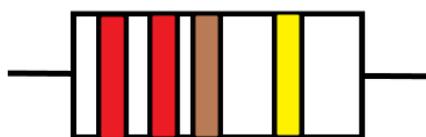
Предположим, у вас есть резистор, маркированный четырьмя полосами. Номинал резистора определяется по первым трём полосам. Первые две полосы маркировки – это цифры, а третья – множитель. Четвёртая полоса показывает допустимую погрешность точности сопротивления от номинального значения резистора в процентах.

Таблица определения маркировки резисторов

Цвет	Как число	Как десятичный множитель	Как точность в %
серебристый	–	0,01	10
золотой	–	0,1	5
чёрный	0	1	–
коричневый	1	10	1
красный	2	100	2
оранжевый	3	1000	–
жёлтый	4	10 000	–
зелёный	5	100 000	0,5
синий	6	1 000 000	0,25
фиолетовый	7	10 000 000	0,1
серый	8	100 000 000	0,05
белый	9	1 000 000 000	–

Например, если на резистор нанесена следующая маркировка (см. рис. *резистор 1*), то его номинал можно определить следующим образом:

$$22 \times 10 \pm 5\% = 220 \pm 11 \text{ Ом.}$$



Резистор 1

Из резисторов с маркировкой собрали следующую (см. схема участка  $AB$ ).

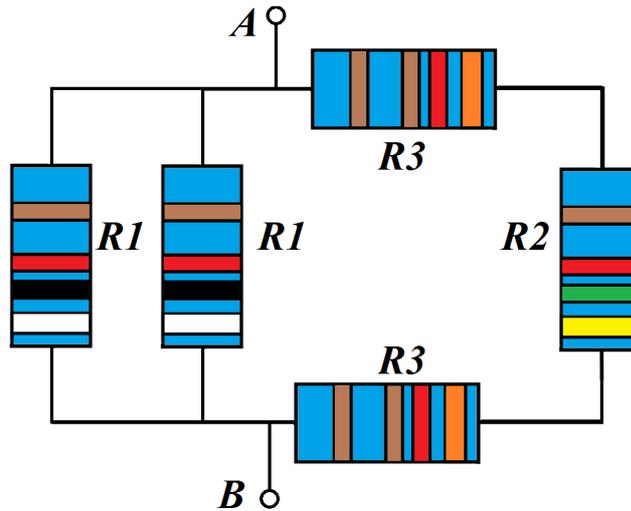


Схема участка  $AB$

Определите, чему равно минимально допустимое (в соответствии с указанными номиналами резисторов) сопротивление участка  $AB$ . Ответ дайте в омах. В ответ запишите только число, округлив результат до десятых.

Чтобы получить более точный ответ, округление стоит производить только при получении финального ответа.