

№1 (25 баллов)

На робототехническом соревновании на полигоне, на котором роботы соревнуются в том, какой из роботов быстрее достигнет финиша, нанесена разметка (см. *схема полигона*).

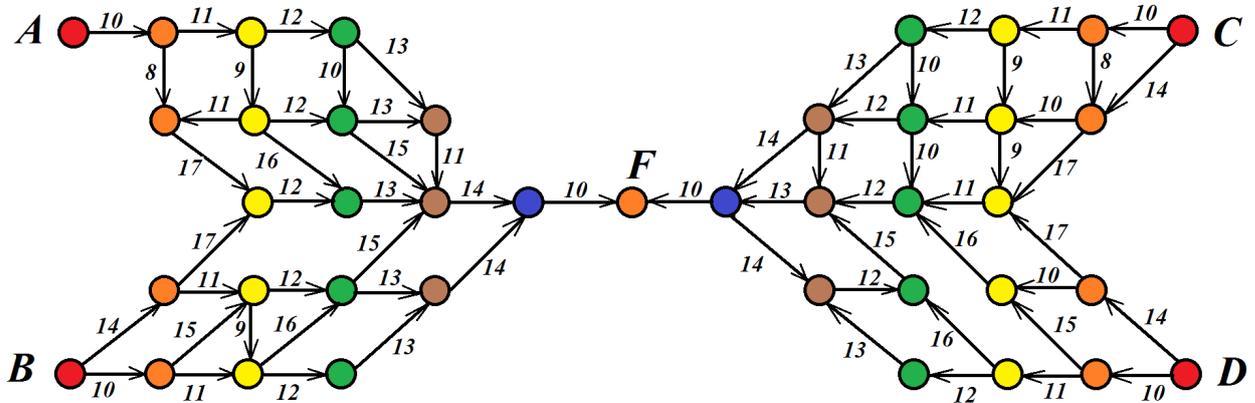


Схема полигона

Возможные зоны старта обозначены на схеме буквами *A, B, C, D*. Зона финиша обозначена буквой *F*. Робот может передвигаться по полигону только по разметке и только в направлениях, указанных на схеме стрелками. Числа на схеме указывают время в секундах, которое робот потратит на проезд по данному участку. Менять направление движения можно только на перекрёстках, обозначенных кругами.

Зона старта определяется с помощью жеребьевки. Жеребьевка проводится следующим образом: на совершенно одинаковых карточках пишут по букве, обозначающей каждую из зон старта. Все четыре карточки кладут в мешок, перемешивают и случайным образом вытаскивают из мешка три из них, вытаскивая по одной карточке за один раз. Та зона, карточка которой осталась в мешке, и есть зона старта.

А) (10 баллов) Какая из зон наиболее выгодная для старта?

Б) (10 баллов) Какое наименьшее время в секундах потребуется роботу на то, чтобы добраться из этой зоны старта до зоны финиша?

В) (5 баллов) С какой вероятностью робот проедет на текущей попытке трассу менее чем за 74 секунды, если всё будет идти согласно прогнозу, показанному на схеме полигона?

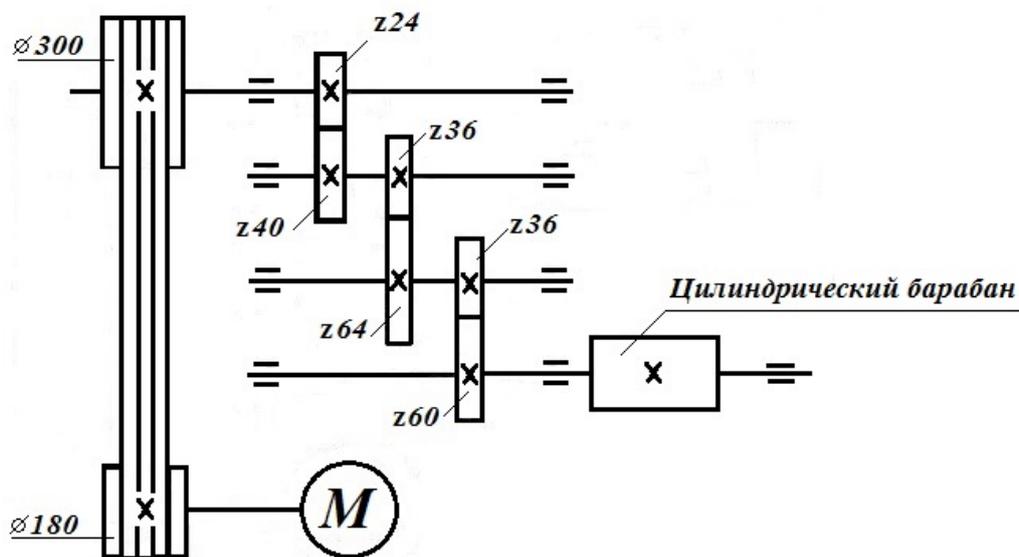
Приведите подробное решение задачи.

№2 (25 баллов)

На робототехническом полигоне стоит тележка на 4-х колёсах. Радиус колёс тележки равен 6 см. На тележке укреплена бутылка с водой, в нижней части которой расположен кран. Если открыть кран, то из него через равные промежутки времени на полигон будут падать капли.

К тележке привязали длинную тонкую прочную невесомую нерастяжимую нить. Если потянуть за нить, то тележка поедет. Другой конец нити прикреплен к цилиндрическому барабану.

Цилиндрический барабан соединён с мотором через четырехступенчатую передачу, которая состоит из одной ступени ременной передачи и трёх ступеней зубчатой передачи (см. кинематическая схема).



Кинематическая схема

Запускают программу, которая обеспечивает вращение оси мотора с постоянной скоростью. Кран открывают с таким расчётом, чтобы первая капля упала на полигон одновременно с запуском программы. За три минуты из крана на полигон падают 16 капель. Считайте, что капли достигают полигона мгновенно. Диаметр цилиндрического барабана равен 8 см. Расстояние между двумя соседними каплями равно 3 см 2 мм.

Определите, с какой частотой вращается ось мотора. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$. Считайте, что нить наматывается на барабан равномерно в один слой. Ответ дайте в оборотах в минуту, округлив результат до десятых. Приведите подробное решение данной задачи.

Чтобы получить более точный ответ, округление стоит производить только при получении финального ответа.

№3 (25 баллов)

Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами, радиус каждого из колёс робота равен 5 см. Левым колесом управляет мотор **A**, правым колесом управляет мотор **B**. Колёса напрямую подсоединены к моторам (см. *схему робота*). По середине между центрами колёс находится маркер. Расстояние между центрами колёс (ширина колеи) робота равно 30 см. Моторы на роботе установлены так, что если обе оси повернутся на 10° , то робот проедет прямо вперёд.

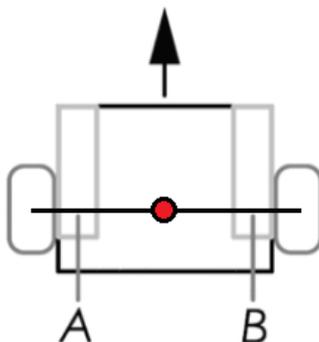


Схема робота

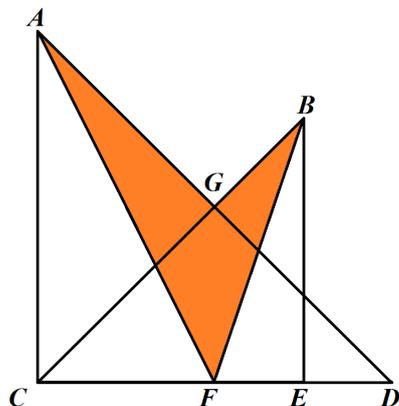
Робот последовательно выполнил следующие действия:

- 1) Ось мотора **A** повернулась на 1080° , ось мотора **B** повернулась на 1080° ;
- 2) Ось мотора **A** повернулась на 1080° , а ось мотора **B** повернулась на 0° (колесо **B** было зафиксировано);
- 3) Ось мотора **A** повернулась на 1080° , ось мотора **B** повернулась на 1080° ;
- 4) Ось мотора **A** повернулась на 1080° , а ось мотора **B** повернулась на 0° (колесо **B** было зафиксировано).

Определите, какой длины кривую начертил робот. Ответ дайте в сантиметрах, приведя результат с точностью до десятых. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$. Приведите подробное решение задачи. Чтобы получить более точный результат, округление стоит производить только при получении финального ответа.

№4 (25 баллов)

Робот-чертёжник движется по ровной горизонтальной поверхности и наносит на неё изображение (см. *изображение*) при помощи кисти, закреплённой по середине между колёс. Робот может поднимать кисть, но при расчетах этой информацией следует пренебречь.



Изображение

Известно, что данная фигура составлена из двух прямоугольных равнобедренных треугольников ACD и BDE . $\angle ACD = \angle BEC = 90^\circ$. AF – медиана, $DE = 0,25AC$, $CD = a = 4$ м.

Определите площадь четырёхугольника $AFBG$. Ответ дайте в квадратных метрах с точностью до целых. Приведите подробное решение задачи.

Чтобы получить более точный ответ, округление стоит производить только при получении финального ответа.