

Олимпиада школьников «Ломоносов» 2021/2022 учебный год
 Робототехника. Отборочный этап
 10–11 класс

№1 (5 баллов)

Робот должен как можно быстрее проехать трассу. Трасса состоит из трёх видов эллипсов: из двух равных больших эллипсов, одного среднего эллипса и двух равных маленьких эллипсов (см. схему трассы).

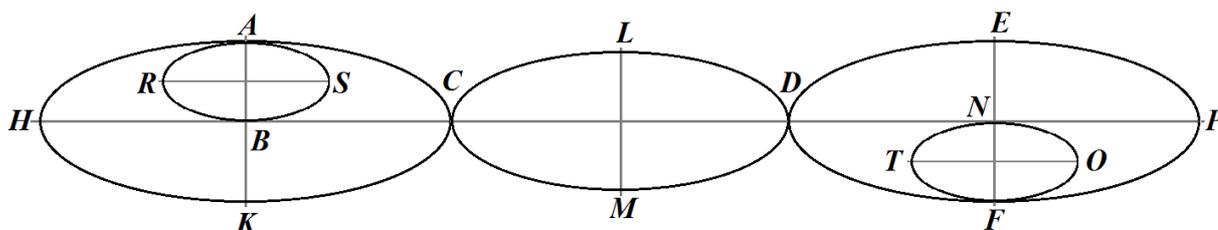


Схема трассы

Робот стартует в точке A в направлении точки R , далее он должен проехать всю трассу 2 раза, после чего он получит кубик в точке A , с которым робот должен финишировать в точке N .

Известно, что $HC = 3$ м, коэффициент сжатия эллипса равен $\frac{1}{3}$, полуоси маленького эллипса в 2 раза меньше соответствующих полуосей большого эллипса. Полуоси среднего эллипса в 1,5 раза больше соответствующих полуосей маленького эллипса.

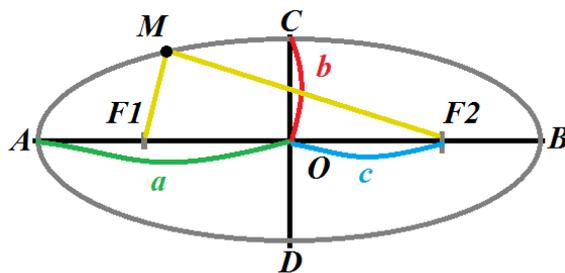
Определите минимальную длину пути, который должен преодолеть робот по трассе. Съезжать с линии робот не может. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$. Ответ дайте в сантиметрах, округлив результат до десятых. В ответ запишите только число.

Чтобы получить более точный ответ, округление стоит производить только при получении финального ответа.

Справочная информация

Эллипс – это геометрическое место точек плоскости, для которых сумма расстояний до двух данных точек F_1 и F_2 (называемых фокусами) постоянна и больше расстояния между фокусами, т. е.

$$|MF_1| + |MF_2| = 2a, \text{ причём } |F_1F_2| < 2a.$$

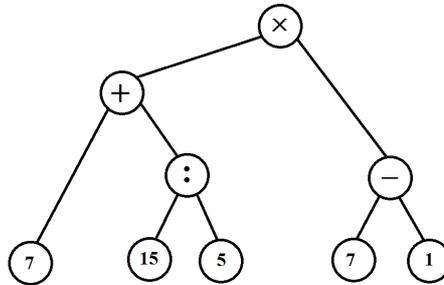


Периметр эллипса можно приближённо вычислить по формуле:

$$L \approx 4 \times \frac{\pi ab + (a-b)^2}{a+b}$$

№2 (10 баллов)

Наглядным средством представления последовательности вычисления математических выражений могут служить графы (см. пример графа).



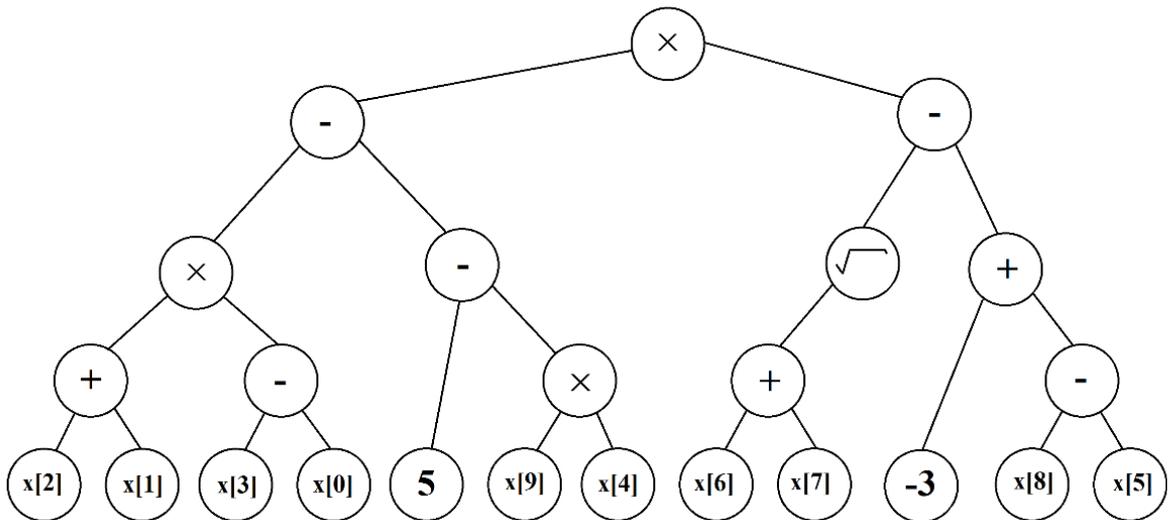
Пример графа

Значение выражения, граф которого представлен в примере, будет равно 60.

Такой граф представляет собой дерево, листьями которого являются числа, а прочие вершины – операциями. Рёбра соединяют вершину-операцию с вершинами-операндами.

Последовательность выполнения операций определяется при прохождении дерева снизу вверх - от листьев к корню. Последней выполняется операция, находящаяся в корне.

Определите значение выражения, которое соответствует следующему дереву (см. граф №2).



Граф №2

Для вычисления значения выражения, закодированного графом №2, следует использовать значения элементов массива X. Известно, что:

- элементы с $x[0]$ по $x[3]$ – это квадраты первых четырех простых числа, взятые в порядке возрастания.
- элементы с $x[4]$ по $x[7]$ – это первые четыре натуральных числа, взятые в порядке убывания.
- элемент $x[8] = x[0] + x[7]$.
- элемент $x[9] = x[0] - x[4]$.
- После завершения заполнения массива его отсортировали методом «Пузырька» по убыванию.

Обратите внимание, что на определенном этапе решения вам нужно будет провести операцию извлечения квадратного корня.

В ответ запишите только число, округлив результат до целых.

Чтобы получить более точный ответ, округление стоит производить только при получении финального ответа.

№3 (25 баллов)

На первой попытке первую треть трассы робот проехал со скоростью 6 см/с, на оставшейся части трассы его скорость была постоянна и отличалась от скорости, с которой он двигался на первой трети трассы.

На первой попытке, время, за которое робот преодолел первую половину трассы, оказалось на 1 минуту больше, чем время, за которое робот преодолел вторую половину трассы.

На второй попытке робот двигался на протяжении всей трассы с постоянной скоростью. Время, за которое робот преодолел вторую половину трассы во время первой попытки, оказалось в 1,25 раза больше, чем время, которое робот потратил на преодоление первой трети трассы во время второй попытки. При этом, на обеих попытках робот преодолел всю трассу за одно и то же время.

Определите длину трассы. Ответ дайте в сантиметрах. В ответ запишите только число, приведя результат с точностью до целых.

№4 (20 баллов)

Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами, диаметр каждого из колёс робота равен 9 см. Левым колесом управляет мотор *A*, правым колесом управляет мотор *B*. Колёса напрямую подсоединены к моторам (см. *схему робота*). Ширина колеи робота (расстояние между центрами колёс) равна 27 см. Масса робота равна 2 кг.

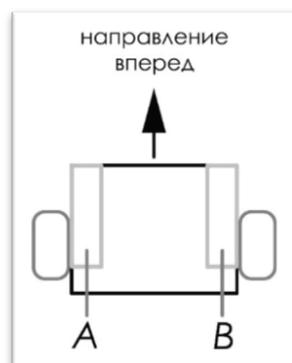


Схема робота

Во время поворота робота ось мотора *A* повернулась на 600° , а ось мотора *B* повернулась на 450° . Колеса робота вращаются в одном направлении.

Определите, градусную меру угла, на который повернулся робот. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$. Ответ дайте в градусах, при необходимости округлив результат до целых. В ответ запишите только число.

Чтобы получить более точный ответ, округление стоит производить только при получении финального ответа.

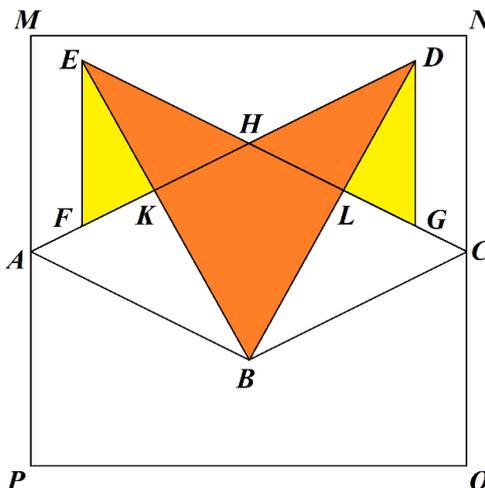
№5 (20 баллов)

Спутник движется по круговой орбите вокруг планеты Тау со скоростью $V = 12$ км/с. Радиус планеты равен $R = 1,5 \times 10^6$ км. Масса спутника $m_1 = 60$ кг, средняя плотность планеты равна $\rho = 5000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Определите, на сколько уменьшится скорость спутника, если его стационарная орбита над поверхностью планеты Тау будет в 1,5 раза выше текущей. Ответ дайте в км/с. В ответ запишите только число, округлив результат до десятых. При расчетах примите $G \approx 6,67 \times 10^{-11} \frac{\text{Н м}^2}{\text{кг}^2}$, $\pi \approx 3,14$.

Чтобы получить более точный ответ, округление стоит производить только при получении финального ответа.

№6 (15 баллов)

С одной стороны квадратного листа фанеры нанесли следующую эмблему, состоящую из квадрата и нескольких отрезков (см. *Эмблема*). Точки A и C середины сторон квадрата $MNOP$. Четырёхугольник $ABCH$ - ромб. Треугольники DHG и EFH – правильные. Точки E, H, G, C лежат на одной прямой. Точки A, F, H, D лежат на одной прямой. Эмблема обладает осью симметрии NB . $AF = 0,2 AH$. Стороны квадрата совпадают со стороной листа фанеры.



Эмблема

Эмблему решили покрасить в три цвета – желтый, оранжевый и белый. Расход краски указан в таблице.

| № п/п | Цвет краски | Площадь, которую можно покрасить 1 кг краски (в кв. метрах) |
|-------|-------------|---|
| 1 | Белая | 10 |
| 2 | Жёлтая | 10 |
| 3 | Оранжевая | 12 |
| 4 | Зелёная | 13 |
| 5 | Синяя | 16 |
| 6 | Чёрная | 20 |

Расход краски

Определите массу оранжевой краски, которая потребуется для покраски данной эмблемы. Ответ дайте в граммах, приведя ответ с точностью до десятых. Толщиной линий разметки можно пренебречь. Буквы на эмблему не наносятся. Длина стороны квадрата равна 1 м.

Чтобы получить более точный ответ, округление стоит производить только при получении финального ответа. В ответ запишите только число.

№7 (5 баллов)

Денис собрал следующую схему (см. схему цепи).

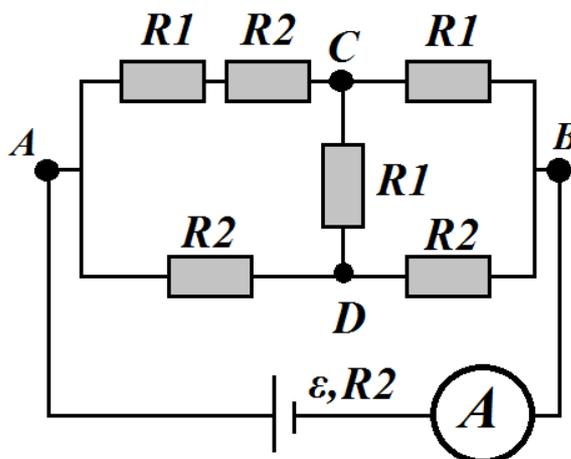


Схема цепи

Амперметр зафиксировал ток номиналом 5 А. ЭДС источника равна 400 В.

| № | Обозначение | Номинал (Ом) |
|---|-------------|--------------|
| 1 | $R1$ | 100 |
| 2 | $R2$ | 50 |

Определите, чему равна сила тока на «мостике» CD . Ответ дайте в амперах. В ответ запишите только число, приведя результат с точностью до сотых. Чтобы получить более точный ответ, округление стоит производить только при получении финального ответа.