№	Ответ	Баллы
1	8555	5 баллов Засчитывается именно верный ответ в требуемых единицах измерения
2	-304	20 баллов Засчитывается именно верный ответ
3	3,4	20 баллов Засчитывается именно верный ответ в требуемых единицах измерения
4	65	25 баллов Засчитывается именно верный ответ в требуемых единицах измерения
5	2166	15 баллов Засчитывается именно верный ответ в требуемых единицах измерения
6	152,8	10 баллов Засчитывается именно верный ответ в требуемых единицах измерения
7	2385,4	5 баллов Засчитывается именно верный ответ в требуемых единицах измерения

Решения заданий

№1

Решение

Определим длины полуосей эллипса:

$$b = 3:2 = 1{,}5(\text{м})$$

$$a = 1{,}5:\frac{1}{3} = 4{,}5(\text{м})$$

Периметр эллипса равен:

$$L \approx 4 \times \frac{\pi ab + (a-b)^2}{a+b} = 4 \times \frac{3{,}14 \times 4{,}5 \times 1{,}5\ + (4{,}5 - 1{,}5)^2}{4{,}5 + 1{,}5} =$$
$$= 4 \times 1{,}5 \times \frac{3{,}14 \times 4{,}5 \times 1 + 6}{6} = 20{,}13(\text{м})$$

Робот должен проехать по эллипсу 4,25 раз. Значит, длина пути будет равна:

$$S = 4{,}25 \times 20{,}13 = 85{,}5525\ (\text{м})$$

$$85{,}5525\ \text{м}\ =\ 8555{,}25\ \text{см}\ \approx 8555\ \text{см}$$

Ответ: 8555.

№2

Определим значения элементов массива х:

X[0]= 2

X[1]= 3

X[2]= 5

X[3]= 7

X[4]= 1

X[5]= 4

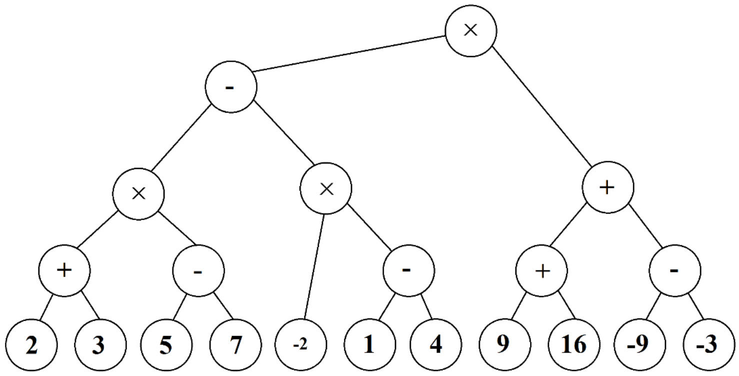
X[6]= 9

X[7]= 16

X[8]= X[3] - X[7] = 7 – 16 = - 9

X[9]= (-1) * (X[0] + X[4]) = (-1) * (2 + 1) = -3

Таким образом, граф принимает следующий вид:



Данный граф кодирует выражение

$$\big((2+3)\times(5-7)-(-2\times(1-4)\big)\times((9+16)+(-9-(-3)))$$

Его значение равно

$$(5\times(-2)-(-2\times(-3))\times\big(25+(-6)\big)=(-16)\times 19=-304$$

Ответ: -304.

№3

Робот проехал на первой попытке проехал две третьих трассы со скоростью

6–2 = 4 (см/с)

Обозначим длину всей трассы как L сантиметров.

Время, за которое робот преодолел первую половину трассы во время первой попытки:

$$\frac{L}{3}:6+L*\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right):4=L*\left(\frac{1}{18}+\frac{1}{24}\right)=\frac{7}{72}L(\text{с})$$

Время, которое робот потратил на преодолел первой половины трассы во время второй попытки

$$L*\frac{7}{72}*\frac{3}{2}=\frac{7}{48}L$$

Скорость, с которой робот двигался во время второй попытки:

$$\frac{L}{2}:\frac{7}{48}L=\frac{48}{2*7}=3{,}4285\ldots\approx 3{,}4\ (\frac{\text{см}}{\text{с}})$$

Ответ: 3,4.

№4

Определим, чему равна длина дуги, по которой проехал робот:

$$\frac{390°}{360°} \times \pi \times 9 = \frac{39}{4}\pi(\text{см})$$

Определим, какова градусная мера дуги, по которой поворачивался робот:

$$\frac{39}{4}\pi : (2 \times \pi \times 14) \times 360° = \frac{39 \times 360°}{4 \times 2 \times 27} = 65°$$

Ответ: 65.

№5

Задача логично распадается на две задачи. В первой части шайба движется равнозамедленно по горизонтальной поверхности и проходит путь AB. Во второй части шайба свободно падает с высоты BC с начальной горизонтальной скоростью.

Введем систему координат, расположив начало координат в точке B. Ось OB направим горизонтально в направлении движения шайбы, ось OY направим вертикально вниз (см. *схему решения*).

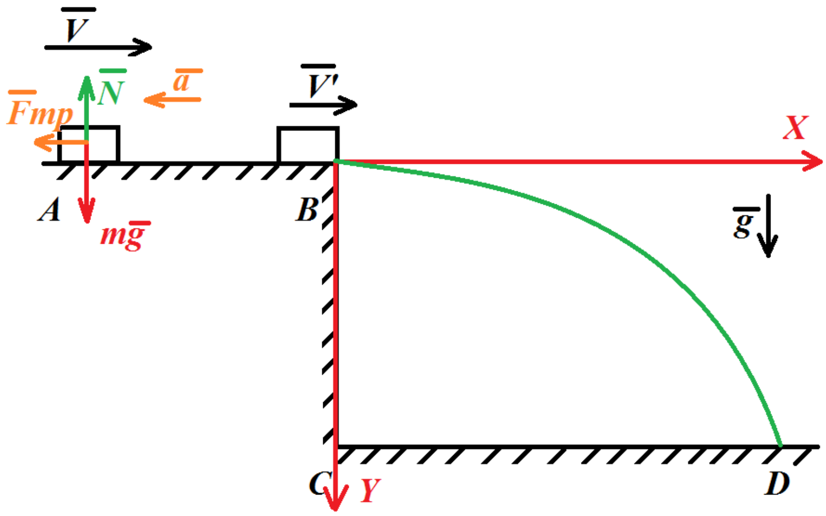


Схема решения

Рассмотрим первую часть задачи: шайба движется равнозамедленно по горизонтальной поверхности и проходит путь AB. Отметим на рисунке все силы, действующие на тело, запишем уравнение движения шайбы:

$$m\vec{g} + \overrightarrow{F\text{тр}} + \vec{N} = m\vec{a}$$

Спроецируем это уравнение на оси, получим:

OX:

$$0 - F\text{тр} + 0 = -ma$$

OY:

$$mg + 0 - N = 0$$

Так как

$$F\text{тр} = k\,N$$

То, мы можем определит ускорение a, действующее на шайбу:

$$a = kg$$

Определим скорость телаV', которая будет у него в точке B:

$$\frac{mV^2}{2} - mal = \frac{mV'^2}{2}$$

$$V'^2 - V^2 = -2al$$

$$V' = \sqrt{V^2 - 2kgl}$$

Рассмотрим вторую часть задачи: шайба свободно падает с высоты BC с начальной горизонтальной скоростью V'.

Запишем зависимость радиус-вектора от времени, приняв за начальный момент времени тот, в который произошел отрыв шайбы от поверхности ступеньки:

$$\vec{r} = \vec{r_o} + \vec{V_o}t + \frac{\vec{g}t^2}{2}$$

Спроецируем уравнение на оси координат.

OX:

$$x = 0 + V't + \frac{0 \times t^2}{2}$$

OY:

$$Y = 0 + 0 \times t + \frac{gt^2}{2}$$

Таким образом, получаем что вдоль оси OX тело движется равномерно и прямолинейно, а вдоль оси OY – равноускоренно.

За то время, пока тело по горизонтали преодолеет расстояние CD, по вертикали тело преодолеет расстояние BC.

Определим время, за которое тело преодолеет по горизонтали расстояние CD:

$$t' = \frac{s}{V'}$$

Определим высоту ступеньки BC:

$$h = \frac{g}{2} \times t'^2 = \frac{g}{2} \times (\frac{s}{V'})^2 = \frac{g}{2} \times (\frac{s}{\sqrt{V^2 - 2kgl}})^2 = \frac{gs^2}{2(V^2 - 2kgl)}$$

$$h = \frac{9{,}81 \times \ (1{,}5)^2}{2(1^2 - 2 \times 0{,}05 \times 9{,}81 \times 0{,}5)} = \frac{9{,}81 \times 2{,}25}{2 \times (1 - 0{,}4905)} = \frac{9{,}81 \times 2{,}25}{1{,}019} = 21{,}6609 \approx 21{,}66 \text{ (м)}$$

Переведем в сантиметры:

$$h = 21{,}66 \text{ м} = 2166 \text{ см}$$

Ответ: 2166.

№6

Определим площадь фигуры, состоящей из двух равных четырёхугольников, как разность половины площади квадрата и двух подобных равнобедренных треугольников с коэффициентом подобия 2:1.

$$S1 = 2 * 1 - \left(\frac{1}{2} * 2 * \frac{2}{3} + \frac{1}{2} * 1 * \frac{1}{3}\right) = 2 - \frac{1}{6} * (4 + 1) = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6} \text{(м}^2\text{)}$$

Определим площадь нижней фигуры как разность половины площади квадрата и равнобедренного треугольника, а также удвоенной суммы двух подобных треугольников с коэффициентом подобия 2:1

$$S2 = 2 * 1 - 2 * \left(\frac{1}{2} * 1 * \frac{2}{3} + \frac{1}{2} * \frac{1}{2} * \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{2} * 1 * 1 = 2 - 2 * \frac{1}{6} * \left(2 + \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2} = \\ = \frac{3}{2} - \frac{5}{6} = \frac{2}{3} \text{(м}^2\text{)}$$

Определим площадь поверхности, покрашенной оранжевым цветом:

$$S = S1 + S2 = 1\frac{1}{6} + \frac{2}{3} = \frac{7}{6} + \frac{4}{6} = \frac{11}{6} = 1\frac{5}{6} \text{(м}^2\text{)}$$

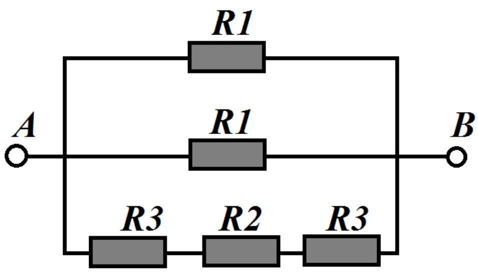
Определим массу оранжевой краски в граммах:

$$m = \frac{11}{6} : 12 * 1000 = \frac{11 * 1000}{12 * 6} = 152,(7) \approx 152{,}8 \text{(г)}$$

Ответ: 152,8.

№7

Проанализируем собранную схему. Она эквивалентная следующей схеме смешанного участка цепи:



Сопротивление данного участка *AB* можно посчитать по формуле:

$$R = \frac{1}{\frac{1}{R1} + \frac{1}{R1} + \frac{1}{R2 + R3 + R3}} = \frac{1}{\frac{2}{R1} + \frac{1}{R2 + 2R3}}$$

Чтобы величина *R* была минимальна, надо, чтобы знаменатель дроби был максимален:

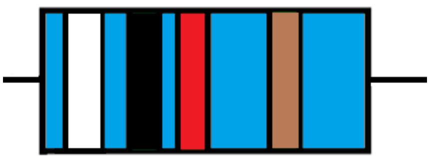
$$\frac{2}{R1} + \frac{1}{R2 + 2R3}$$

Чтобы это выражение (знаменатель дроби) было максимально, необходимо, чтобы знаменатели входящих в выражение дробей были минимальны.

Значит, сопротивление участка *AB* будет минимально, нужно, чтобы все сопротивления в цепи имели минимальное сопротивление, допустимое по их маркировке.

Определим минимально возможное сопротивление каждого из видов резисторов.

Разместим резистор типа *R1* так, чтобы было удобно его читать:



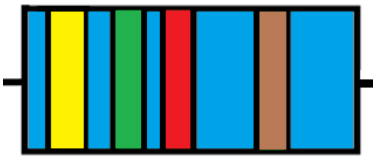
Определим, что закодировано на резисторе типа *R1*:

$$90 \times 100 \pm 1\%$$

Тогда минимальное значение номинала резистора типа *R1* будет равно:

$$90 \times 100 \times 0{,}99 = 8910 \text{ (Ом)}$$

Разместим резистор типа *R2* так, чтобы было удобно его читать:



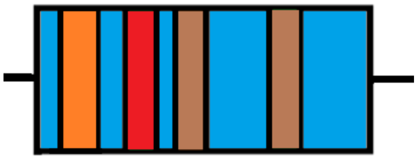
Определим, что закодировано на резисторе типа *R2*:

$$45 \times 100 \pm 1\%$$

Тогда минимальное значение номинала резистора типа *R2* будет равно:

$$45 \times 100 \times 0{,}99 = 4455 \text{ (Ом)}$$

Разместим резистор типа *R3* так, чтобы было удобно его читать:



Определим, что закодировано на резисторе типа *R3*:

$$32 \times 10 \pm 1\%$$

Тогда минимальное значение номинала резистора типа *R3* будет равно:

$$32 \times 10 \times 0{,}99 = 316{,}8 \text{ (Ом)}$$

Определим минимально допустимое сопротивление участка *AB*:

$$R = \frac{1}{\frac{2}{R1} + \frac{1}{R2 + 2R3}} = \frac{1}{\frac{2}{8910} + \frac{1}{4455 + 2 \times 316{,}8}} = \frac{1}{\frac{1}{4455} + \frac{1}{5088{,}6}}$$

$$R = 2375{,}38 \ldots \approx 2385{,}4 \text{ (Ом)}$$

Ответ: 2385,4.