

№1 (30 баллов)

На робототехническом соревновании на полигоне, на котором роботы соревнуются в том, какой из роботов быстрее достигнет финиша, нанесена разметка (см. *схема полигона*).

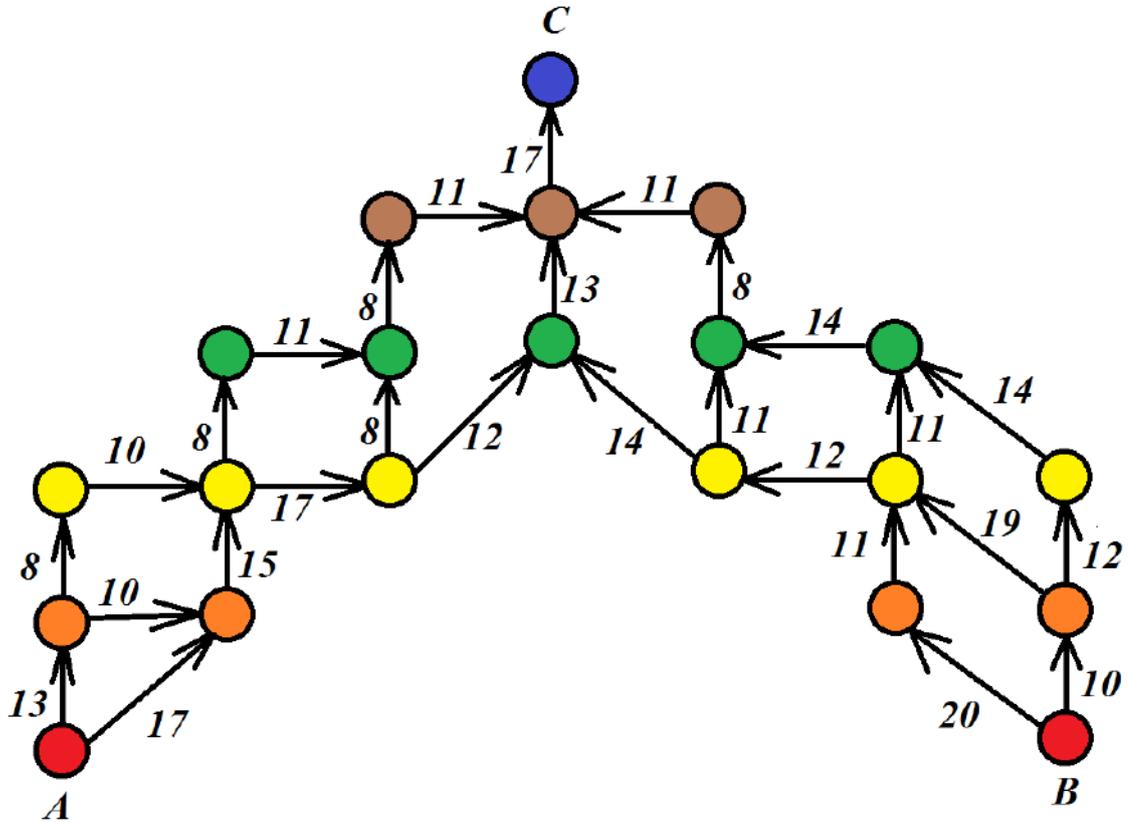


Схема полигона

Возможные зоны старта обозначены на схеме буквами *A* и *B*. Зона финиша обозначена буквой *C*. Робот может передвигаться по полигону только по разметке и только в направлениях, указанных на схеме стрелками. Числа на схеме указывают время в секундах, которое робот потратит на проезд по данному участку. Менять направление движения можно только на перекрестках, обозначенных кругами.

Участник может выбрать, из какой зоны (*A* или *B*) может стартовать робот.

А) (15 баллов) Какую из зон выгоднее выбрать для старта робота?

Б) (15 баллов) Какое наименьшее время в секундах потребуется роботу на то, чтобы добраться от выбранной зоны старта до зоны финиша?

Приведите подробное решение задачи.

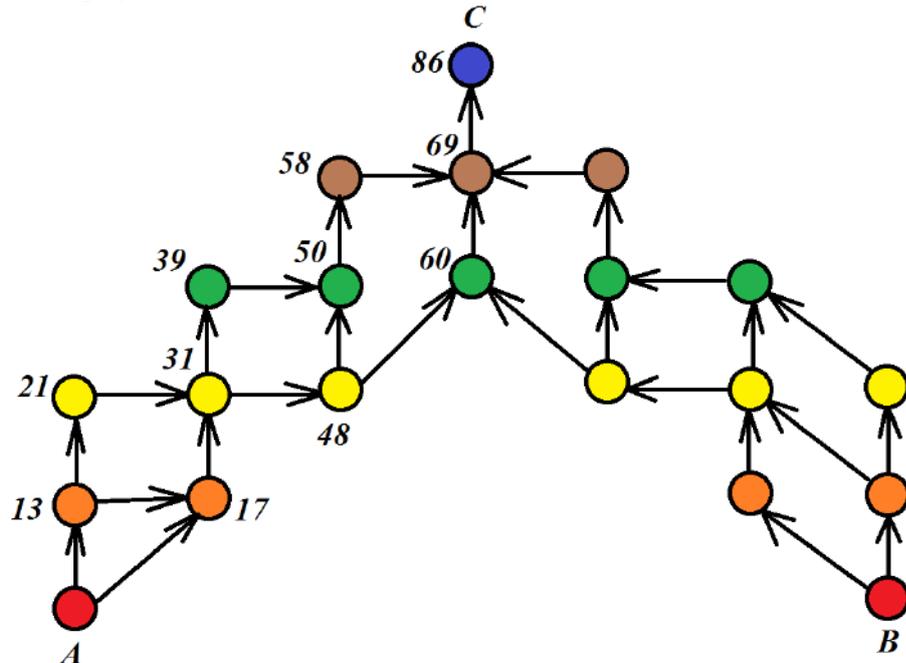
Решение

На схеме представлен направленный граф. Нам надо найти кратчайшие пути из вершины *A* и вершины *B* в вершину *C*. Говоря о «кратчайшем пути», следует учитывать, что может существовать более одного пути с кратчайшей длиной (в нашем случае – минимальным временем движения), и что нас устроит любой из них.

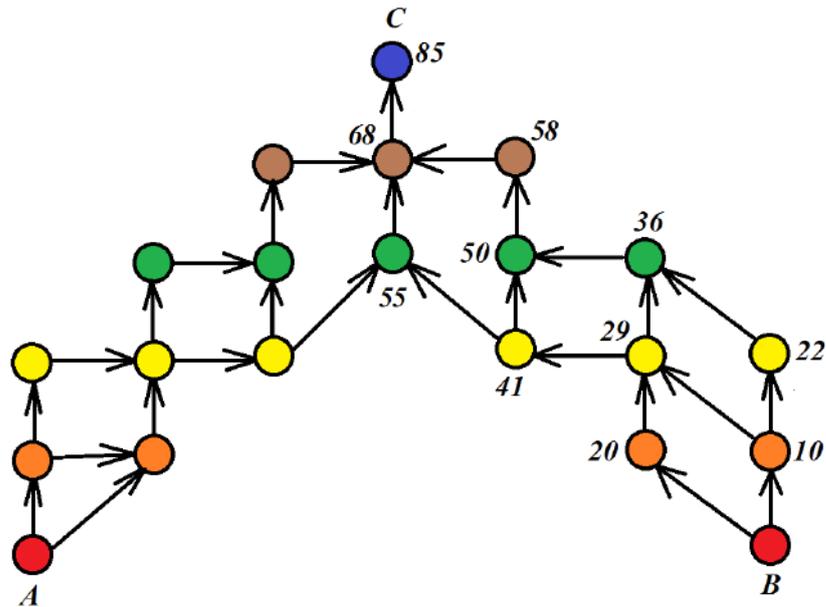
Будем перемещаться по схеме снизу вверх, помечая каждую вершину числом, которое указывает минимальное время (кратчайшее расстояние) от текущей вершины до точки старта. Пройдя таким образом по всем вершинам графа и пометив все вершины, мы получим в качестве метки для вершины *C* минимальное время, которое нужно, чтобы добраться из стартовой вершины в вершину *C*.

Сравнив полученное время для каждой из возможных стартовых вершин, мы определим, какая из них является более удачной для старта. Именно её и стоит выбрать.

Если робот стартует из зоны *A*:



Если робот стартует из зоны *B*:



Таким образом, для старта выгоднее выбрать зону **В**. Робот может финишировать за 85 секунд.

Ответ:

- А) Выгоднее стартовать из зоны **В**;
- Б) Минимальное время равно 85 с.

№ п/п	Критерии	Баллы
Пункт А		
1.1	Верно определена зона для старта (зона В). В решении присутствует верный подсчет времени проезда при старте из обеих зон.	15
1.2	Дан верный ответ (зона В). Решение отсутствует	1
1.3	В остальных случаях	0
Пункт Б		
1.4	Верно определено минимальное время проезда робота по трассе (85 с). В решении присутствует верный подсчет времени проезда при старте из обеих зон (зона А 86 с, зона В 85 с).	15
1.5	Верно посчитано время проезда при старте только из одной из зон (зона А 86 с, зона В 85 с)	5
1.6	Дан верный ответ (85 с). Решение отсутствует	2
1.7	В остальных случаях	0

№2 (30 баллов)

На робототехническом полигоне стоит тележка на четырёх колёсах. Все колёса тележки одинаковые, диаметр каждого из колёс тележки равен 6 см. На другом конце полигона укреплена конструкция с мотором, зубчатой передачей и цилиндрическим барабаном. В зубчатую передачу Катя включила зубчатый ремень (см. *схема передачи*). Для наглядности часть ремня на схеме не показана.

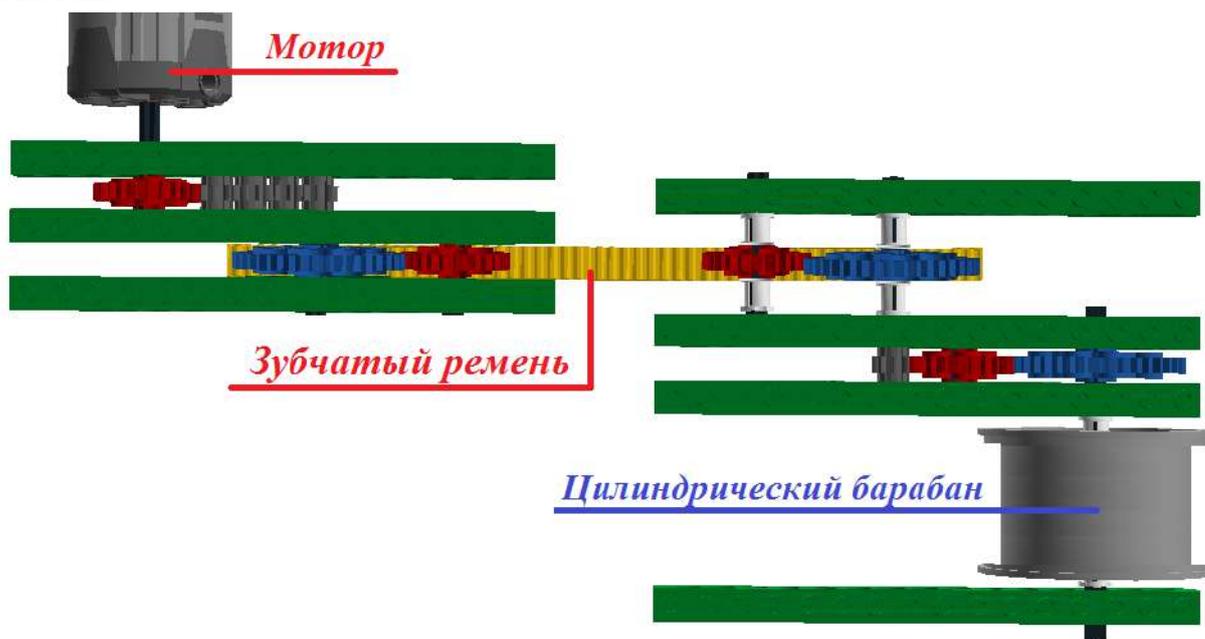


Схема передачи

При сборке передачи Катя использовала шестерёнки трёх типов. У больших шестерней – 40 зубьев, у средних – 24 зуба, у маленьких – 8 зубьев. Большие зубчатые колёса находятся в зацеплении с зубчатым ремнём, остальные шестерёнки в зацепление с ремнём не входят. Радиус барабана равен 45 мм. К барабану привязана длинная тонкая прочная невесомая нерастяжимая нить длиной 4 м. Другой конец нити Катя прикрепила к тележке так, что нить оказалась натянута горизонтально. Катя запускает программу, и ось мотора начинает вращаться и нить начинает наматываться на барабан. За 1 минуту оси колёс тележки повернулись на 3726° каждое.

Определите, сколько оборотов делает ось мотора за 120 секунд. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$. Считайте, что нить наматывается на барабан равномерно в один слой. Ответ дайте в оборотах в минуту, приведя результат с точностью до целых. Приведите подробное решение данной задачи.

Чтобы получить более точный ответ, округление стоит производить только при получении финального ответа.

Решение

Определим длину пути, который проехала тележка за 1 минуту:

$$l = \frac{3726^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 6 = 10,35 \cdot 6\pi = 62,1\pi \text{ (см)}$$

Длина пути, который проехала тележка, равен длине нити, намотанной на барабан. Определим число оборотов, которое сделал барабан:

$$n_2 = 62,1\pi : (2\pi \cdot 4,5) = 6,9 \text{ (об.)}$$

Определим, передаточное число зубчатой передачи:

$$\frac{24}{8} \cdot \frac{40}{40} \cdot \frac{8}{40} = \frac{3}{5} = 0,6$$

Определим, сколько оборотов сделала ведущая ось (ось мотора) за 1 минуту:

$$6,9 : 0,6 = 11,5 \text{ (об.)}$$

Определим, сколько оборотов сделала ось мотора за 2 минуты:

$$11,5 \cdot 2 = 23 \text{ (об.)}$$

Ответ: 23 оборота.

№ п/п	Критерии	Баллы
2.1	Дан верный ответ (23 оборота). Дано полное верное решение: присутствуют все расчеты. Даны необходимые пояснения к решению. Нет арифметических ошибок. Записан верный ответ.	30
2.2	Дан верный ответ (23 оборота). Дано верное решение: присутствуют все расчеты. Нет арифметических ошибок. Нет необходимых пояснений к решению.	25
2.3	Представлено неполное верное решение: участник верное определил, сколько оборотов сделал барабан (6,9 оборота) и передаточное число зубчатой передачи (0,6 или $\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$). Даны необходимые пояснения к решению. Нет арифметических ошибок.	20
2.4	Представлено неполное верное решение: участник определил передаточное число зубчатой передачи (0,6 или $\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$). Даны необходимые пояснения к решению. Нет арифметических ошибок.	10
2.5	Решение содержит арифметические ошибки. Верная логика решения. Решение доведено до конца. Даны необходимые пояснения к решению.	5
2.5	Дан верный ответ (23 оборота). Решение отсутствует.	3
2.6	В остальных случаях	0

№3 (40 баллов)

Робот оснащён двумя отдельно управляемыми колёсами, диаметр каждого из колёс робота равен 9 см. Левым колесом управляет мотор *A*, правым колесом управляет мотор *B*. Колёса напрямую подсоединены к моторам (см. *схему робота*). По середине между центрами колёс находится маркер. Расстояние между центрами колёс (ширина колеи) робота равно 27 см. Моторы на роботе установлены так, что если обе оси повернутся на 10° , то робот проедет прямо вперёд.

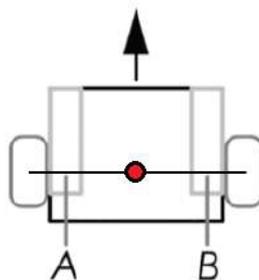


Схема робота

Робот последовательно выполнил следующие действия:

- 1) Ось мотора *A* повернулась на 180° , ось мотора *B* повернулась на 180° ;
- 2) Ось мотора *A* повернулась на 180° , ось мотора *B* повернулась на -180° ;
- 3) Ось мотора *A* повернулась на 180° , ось мотора *B* повернулась на 180° ;
- 4) Ось мотора *A* повернулась на 360° , ось мотора *B* повернулась на -360° ;
- 5) Ось мотора *A* повернулась на 180° , ось мотора *B* повернулась на 180° ;
- 6) Ось мотора *A* повернулась на 180° , ось мотора *B* повернулась на -180° ;
- 7) Ось мотора *A* повернулась на 180° , ось мотора *B* повернулась на 180° ;
- 8) Ось мотора *A* повернулась на 270° , ось мотора *B* повернулась на -270° ;
- 9) Ось мотора *A* повернулась на 180° , ось мотора *B* повернулась на 180° .

Определите длину ломаной, которую начертил робот. Ответ дайте в сантиметрах, приведя результат с точностью до десятых. При расчётах примите $\pi \approx 3,14$.

Приведите подробное решение задачи. Чтобы получить более точный результат, округление стоит производить только при получении финального ответа.

Решение

При вычерчивании ломаной робот начертит пять равных отрезков и четыре раза повернётся на месте.

Движения 1), 3), 5), 7) и 9) – это проезд вперёд (ось мотора *A* повернулась на 180° , ось мотора *B* повернулась на 180°).

Рассчитаем, какой длины прямолинейный отрезок проехал робот:

$$\frac{180^\circ}{360^\circ} \times \pi \times 9 = 14,13 \text{ (см)}$$

Движения 2), 4), 6) и 8) – это повороты на месте. От этого движения длина линии, начерченной роботом, не меняется.

Длина всей кривой будет равна:

$$14,13 \times 5 = 70,65 \approx 70,7 \text{ (см)}$$

№ п/п	Критерии	Баллы
3.1	Дан верный ответ (70,7 см). Дано полное верное решение: присутствуют все расчеты. Даны необходимые пояснения к решению. Нет арифметических ошибок. Записан верный ответ.	40
3.2	Дан верный ответ (70,7 см). Дано верное решение: присутствуют все расчеты. Нет арифметических ошибок. Нет необходимых пояснений к решению.	35
3.3	Дан верный ответ, но он представлен не в верной форме – округлѐн не до десятых и/или дан не в требуемых единицах измерения. Дано верное решение: присутствуют все расчеты. Даны необходимые пояснения к решению. Нет арифметических ошибок.	35
3.4	Представлено неверное решение. Логика решения задачи частично верная. Даны необходимые пояснения к решению. Нет арифметических ошибок.	20
3.5	Решение содержит арифметические ошибки. Верная логика решения. Решение доведено до конца. Даны необходимые пояснения к решению.	10
3.6	Дан верный ответ (70,7 см). Решение отсутствует.	5
3.7	В остальных случаях	0

Максимум за работу можно получить 100 баллов