№	Ответ	Баллы
1	5787,4	5 баллов Засчитывается именно верный ответ в требуемых единицах измерения
2	-12362	10 баллов Засчитывается именно верный ответ
3	2880	25 баллов Засчитывается именно верный ответ в требуемых единицах измерения
4	25	20 баллов Засчитывается именно верный ответ в требуемых единицах измерения
5	2,2	20 баллов Засчитывается именно верный ответ в требуемых единицах измерения
6	19,2	15 баллов Засчитывается именно верный ответ в требуемых единицах измерения
7	2,25	5 баллов Засчитывается именно верный ответ в требуемых единицах измерения

Решения заданий

№1

Определим длины полуосей большого эллипса:

$$a1 = 300 : 2 = 150(\text{см})$$

$$b1 = 150 \times \frac{1}{3} = 50(\text{см})$$

Определим длины полуосей маленького эллипса:

$$a3 = a1 : 2 = 0{,}5\,a1(\text{см})$$

$$b3 = b1 : 2 = 0{,}5\,b1(\text{см})$$

Определим длины полуосей среднего эллипса:

$$a2 = a3 \times 1{,}5 = 0{,}75\,a1(\text{см})$$

$$b2 = b3 \times 1{,}5 = 0{,}75\,b1(\text{см})$$

Робот должен проехать по каждому из эллипсов по 2 раза, после чего проехать по эллипсу каждого вида еще по половине. Значит, длина пути будет равна:

$$4 \times \frac{\pi a1b1 + (a1 - b1)^2}{a1 + b1} \times (2 \times 2 + 0{,}5) + 4 \times \frac{\pi a2b2 + (a2 - b2)^2}{a2 + b2} \times (1 \times 2 + 0{,}5) + 4 \times \frac{\pi a3b3 + (a3 - b3)^2}{a3 + b3} \times (2 \times 2 + 0{,}5) =$$

$$= 18 \times \frac{\pi a1b1 + (a1 - b1)^2}{a1 + b1} + 7{,}5 \times \frac{\pi a1b1 + (a1 - b1)^2}{a1 + b1} + 9 \times \frac{\pi a1b1 + (a1 - b1)^2}{a1 + b1} =$$

$$= 34{,}5 \times \frac{\pi a1b1 + (a1 - b1)^2}{a1 + b1} = 34{,}5 \times \frac{\pi \times 150 \times 50 + 10000}{200} = 5787{,}375 \approx \approx 5787{,}4\ (\text{см})$$

Ответ: 5787,4.

№2

Определим значения элементов массива X:

X[0]= 4

X[1]= 9

X[2]= 25

X[3]= 49

X[4]= 4

X[5]= 3

X[6]= 2

X[7]= 1

X[8]= X[0]+X[7]= 4 + 1 = 5

X[9]= X[0] - X[4] = 4 - 4 = 0

Упорядоченный массив X по убыванию:

X[0]= 49

X[1]= 25

X[2]= 9

X[3]= 5

X[4]= 4

X[5]= 4

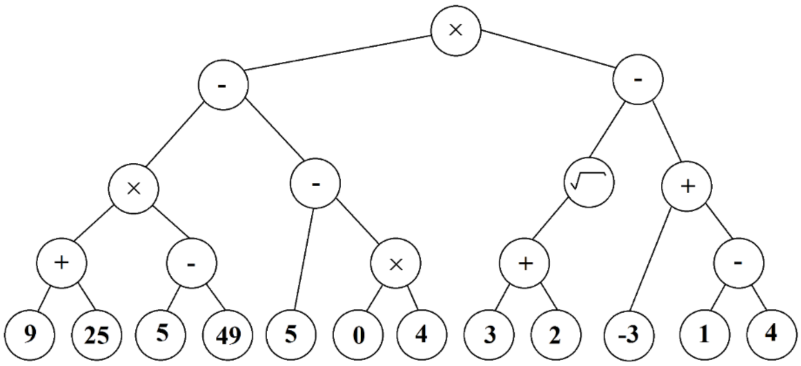
X[6]= 3

X[7]= 2

X[8]= 1

X[9]= 0

Таким образом, граф принимает следующий вид:



Данный граф кодирует выражение

$$\big((9+25)\times(5-49)-(5-(0\times 4)\big)\times(\sqrt{3+2}-(-3+(1-4)))$$

Его значение равно

$$(34\times(-44)-5))\times\left(\sqrt{5}-\big(-3+(-3)\big)\right)=(-1501)\times\left(\sqrt{5}+6\right)\approx -12362$$

Ответ: -12362.

№3

Обозначим длину всей трассы как L сантиметров.

Обозначим скорость робота на второй трети пути на первой попытке за x:

$$\frac{L}{3}:6+L*\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right):x=\frac{L}{2}:x+60$$

Обозначим скорость робота на второй попытке за y:

$$\frac{L}{2}:x=\left(\frac{L}{3}:y\right)*\frac{5}{4}$$

Так как на обеих попытках робот преодолел всю трассу за одно и то же время, то:

$$\frac{L}{3}:6+L*\frac{2}{3}:x=L:y$$

Решив систему из трех уравнений, получим:

X = 9,6 (см/с)

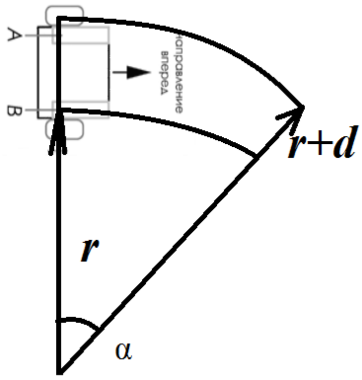
Y = 8 (см/с)

L = 2880 (см)

Ответ: 2880.

№4

Робот будет двигаться так, что его корпус опишет дугу окружности.



Колесо B проедет по дуге радиуса r:

$$2\pi r \times \frac{\alpha}{360°} = \pi \times 9 \times \frac{450°}{360°}$$

$$2r \times \alpha = 9 \times 450°$$

Колесо A проедет по дуге радиуса r:

$$2\pi(r + 27) \times \frac{\alpha}{360°} = \pi \times 9 \times \frac{600°}{360°}$$

$$2(r + 27) \times \alpha = 9 \times 600°$$

Решив данную систему из двух уравнений, получим:

$$\alpha = \frac{(600° - \ 450°) \times 9}{2 \times 27} = 25°$$

Ответ: 25.

№5

Определим массу планеты Тау:

$$M = \frac{4}{3}\pi\rho R^3$$

Запишем уравнение движения спутника вокруг планеты:

$$G\frac{m1M}{L^2} = m1\frac{V^2}{L}$$

$$G\frac{M}{L} = V^2$$

Где L – это расстояние от центра планеты до спутника

Тогда

$$L = G\frac{M}{V^2}$$

Высота орбита спутника над поверхностью планеты равна:

$$h = L - R = G\frac{M}{V^2} - R$$

Новая высота орбиты спутника над поверхностью планеты:

$$H = 1{,}5h = 1{,}5 \times (L - R) = 1{,}5 \times (G\frac{M}{V^2} - R)$$

Запишем уравнение движения спутника вокруг планеты на новой высоте:

$$G\frac{m1M}{(R+H)^2} = m1\frac{V'^2}{R+H}$$

$$G\frac{M}{R+H} = V'^2$$

$$V' = \sqrt{G\frac{M}{R+H}} = \sqrt{\frac{MG}{R + 1{,}5 \times \left(G\frac{M}{V^2} - R\right)}} = V\sqrt{\frac{MG}{V^2R + 1{,}5 \times (GM - V^2R)}} =$$

$$= V\sqrt{\frac{MG}{V^2R + 1{,}5GM - 1{,}5V^2R}} = V\sqrt{\frac{2MG}{3GM - V^2R}}$$

Тогда:

$$\Delta V = V - V' = V - V\sqrt{\frac{2MG}{3GM - V^2R}} = V\left(1 - \sqrt{\frac{2MG}{3GM - V^2R}}\right)$$

$$\Delta V = V\left(1 - \sqrt{\frac{2MG}{3GM - V^2R}}\right)$$

Посчитаем массу планеты Тау:

$$M = \frac{4}{3}\pi\rho R^3 = \frac{4}{3} \times 3{,}14 \times 5000 \times 1{,}5^3 \times 10^{27} = 70{,}65 \times 10^{30}(\text{кг})$$

Посчитаем разницу скоростей спутника на разных орбитах:

$$\Delta V = 12000\left(1-\sqrt{\frac{2\times 70{,}65\times 10^{30}\times 6{,}67\times 10^{-11}}{3\times 70{,}65\times 6{,}67\times 10^{19}-144\times 10^{6}\times 1{,}5\times 10^{9}}}\right)=$$

$$= 12000\left(1-\sqrt{\frac{9424710\times 10^{15}}{14137065\times 10^{15}-216\times 10^{15}}}\right)=2201{,}9\ldots\left(\frac{м}{с}\right)$$

$$2201{,}9\ldots\frac{м}{с}\approx 2{,}2\,\frac{км}{с}$$

Ответ: 2,2.

№6

Обозначим сторону ромба как *l*.

Посчитаем величину стороны ромба:

$$l=\frac{1:2}{\sin(60°)}=\frac{1}{\sqrt{3}}\,(м)$$

Из подобия треугольников *KEH* и *BEC* получим соотношение

KH : BC = EH : EC.

Определим длину *KH*:

$$KH=\frac{l*(l-0{,}2l)}{(l+l-0{,}2l)}=\frac{4}{9}l$$

Посчитаем площадь четырёхугольника *EHDB*:

$$S=2*\frac{1}{2}*(l-0{,}2l)*\frac{4}{9}l*\sin(60°)+2*\frac{1}{2}*l*\frac{4}{9}l*\sin(60°)=$$

$$=\frac{4}{9}*\frac{\sqrt{3}}{2}*l^2*\left(\frac{4}{5}+1\right)=\frac{2\sqrt{3}}{9}*\frac{9}{5}*l^2=\frac{2\sqrt{3}}{5}*l^2=\frac{2\sqrt{3}}{15}\,(м^2)$$

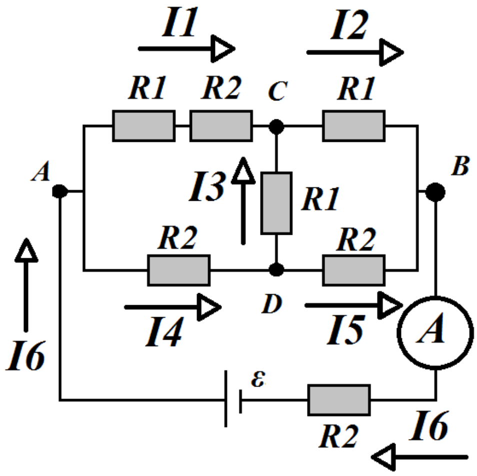
Определим массу оранжевой краски в граммах:

$$m=\frac{2\sqrt{3}}{15}:12*1000=\frac{2\sqrt{3}*1000}{3*5*4*3}=\frac{100\sqrt{3}}{9}=19{,}245\ldots\approx 19{,}2(г)$$

Ответ: 19,2.

№7

Введём следующие обозначения для токов, текущих в цепи на различных участках. В схеме используется элемент питания батарейка. Приведём её к схеме с идеальным источником напряжения и внутренним сопротивлением батарейки.



Воспользуемся первым правилом Кирхгофа, чтобы записать вспомогательные уравнения для узлов *C, D, A:*

$$I2 = I1 + I3$$

$$I4 = I3 + I5$$

$$I6 = I1 + I4$$

Воспользуемся вторым правилом Кирхгофа, чтобы записать вспомогательные уравнения для контуров, выбрав за положительное направление обхода направление по ходу часовой стрелки:

$$I1 \times (R1 + R2) - I3 \times R1 - I4 \times R2 = 0$$

$$I4 \times R2 + I5 \times R2 + I6 \times R2 = \varepsilon$$

Решим полученную систему из пяти линейных уравнений и получим:

$$I3 = \frac{1}{3R1 + 2R2} \times \left((3R1 + 4R2) \times I6 - \frac{R1 + 2R2}{R2} \times \varepsilon \right) =$$

$$= \frac{1}{3 \times 100 + 2 \times 50} \times \left((3 \times 100 + 4 \times 50) \times 5 - \frac{100 + 2 \times 50}{50} \times 400 \right) =$$

$$= \frac{1}{400} \times \left(500 \times 5 - \frac{200}{50} \times 400 \right) = \frac{1}{400} \times (2500 - 1600) = 2{,}25\ (\text{А})$$

Ответ: 2,25.