

## Олимпиада школьников «Ломоносов» по ГЕОЛОГИИ

## Заключительный этап (5-9 классы)

## Задание 1. (20 баллов)

Содержание метана  $y$  (в кубических метрах на тонну угля) в угольном пласте увеличивается при возрастании глубины залегания  $h$  (в метрах),  $150 \leq h \leq 2000$ , по закону  $y(h) = \sqrt{\frac{3}{8}h}$ , а содержание азота  $z$  уменьшается по закону  $z(h) = \frac{7500}{h-100}$ . На какой глубине уровень содержания метана равен уровню содержания азота?

**Решение.** По условию задачи следует решить уравнение  $y(h)=z(h)$  относительно  $h$ , т.е.  $\sqrt{\frac{3}{8}h} = \frac{7500}{h-100}$ .

Поскольку правая часть данного уравнения убывает с ростом глубины  $h$ , а левая часть наоборот возрастает, то данное уравнение имеет единственный корень, который легко подобрать, именно, подстановка  $h=600$  дает совпадение правой и левой частей уравнения.

**Ответ:** на глубине 600 м.

## Задание 2. (15 баллов)

Металлический диск цилиндрической формы (см. рисунок) долго время находился в кипящей воде в открытой кастрюле. Затем его вынули из воды и положили на лёд пруда с температурой  $t_1 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ . Лёд под диском начал таять. В наступившем через некоторое время состоянии теплового равновесия диск оказался в лунке во льду. Форма и размеры лунки, включая её глубину, практически совпадают с формой и размерами диска, поэтому верхнее основание диска находится на одном уровне с поверхностью льда. Какая доля  $k$  (в процентах) от количества теплоты, отданного диском при остывании, пошла на плавление льда? Удельная теплоёмкость материала диска  $c = 500 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}}$ , удельная теплота плавления льда  $\lambda = 330 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$ , плотность материала диска  $\rho_1 = 7500 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ , плотность льда  $\rho_2 = 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ .



## Решение

Температура кипения воды в открытой кастрюле, то есть практически при нормальном атмосферном давлении,  $t_2 = 100 \text{ }^\circ\text{C}$ . Конечная температура диска равна  $t_0$ , так как масса льда в пруду огромна по сравнению с массой диска, который умещается в кастрюле. Поэтому при остывании диск отдаёт количество теплоты

$$Q_1 = cm_1(t_2 - t_1).$$

Для того чтобы растаяла масса льда  $m_2$ , необходимо количество теплоты

$$Q_2 = \lambda m_2.$$

Пусть объём диска равен  $V$ . Тогда масса диска  $m_1 = \rho_1 V$ . Поскольку форма и размеры лунки совпадают с формой и размерами диска, объём растаявшего льда тоже равен  $V$ . Поэтому масса растаявшего льда  $m_2 = \rho_2 V$ .

Искомая величина

$$k = \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{\lambda m_2}{c m_1 (t_2 - t_1)} = \frac{\lambda \rho_2}{c \rho_1 (t_2 - t_1)}$$

Подставляя численные значения величин, получим

$$k = \frac{330 \cdot 10^3 \cdot 900}{500 \cdot 7500 \cdot (100 - 0)} = \frac{297 \cdot 10^6}{375 \cdot 10^6} = 0,792 \approx 79 \%$$

**Ответ:**  $k \approx 79 \%$

### Задание 3. (20 баллов)

Имеется 200 одинаковых образцов горной породы, в каждом из которых имеется положительная доля глинистого компонента. При исследовании образцов выяснилось, что любые 50 из них содержат не менее 10% общей совокупности этого компонента. Каков максимальный процент от общей совокупности глинистого компонента может содержаться в одном образце?

**Решение.** Пусть  $V$ - общий объём глинистого компонента в образцах,  $x_i$  - доля его в образце с номером  $i$ . Будем считать, что  $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{200}$ . Тогда по условию задачи требуется определить максимальное значение  $x_{200}$  при условиях  $x_1 + x_2 + \dots + x_{50} \geq 0,1$ ,  $x_1 + x_2 + \dots + x_{200} = 1$ ,  $x_i \geq 0$ ,  $i=1,2,3,\dots,200$ . Заметим, что если в паре номеров  $i$  и  $i+1$ , такой, что  $50 \leq i < i+1 < 200$  соответствующие доли связаны неравенством  $x_i < x_{i+1}$ , то набор значений  $x_i$  можно улучшить, уменьшив значение  $x_{i+1}$  на величину  $x_{i+1} - x_i > 0$  и увеличив  $x_{200}$  на это же величину. Это означает, что в наборе долей с максимальной последней долей значения  $x_{50} = x_{51} = \dots = x_{199} \leq x_{200}$ . Совершенно аналогично рассуждая, приходим к выводу, что в наборе долей с максимальной последней долей значения  $x_1 = x_2 = \dots = x_{49} = x_{50}$ . По условию  $50x_1 \geq 0,1 \Leftrightarrow x_1 \geq 1/500$ . Отсюда следует  $x_{200} \leq 1 - 199/500 = 301/500$ . Полагая  $x = x_1 = x_2 = \dots = x_{199} = 1/500$ ,  $x_{200} = 301/500$ , получаем, что такой набор соответствует условиям задачи.

**Ответ:** 60.2%.

### Задание 4. (15 баллов)

Электродвигатель постоянного тока подключён к источнику напряжения  $U = 4,5 \text{ В}$ . По обмотке его ротора течёт ток  $I = 0,2 \text{ А}$ . Статором двигателя служит постоянный магнит. К оси двигателя прикреплена нить, на которой висит груз массой  $m = 0,3 \text{ кг}$ . Нить наматывается на ось двигателя, и груз равномерно поднимается вверх со скоростью  $v = 0,2 \text{ м/с}$ . Какое

сопротивление  $R$  имеет обмотка ротора? Сопротивлением подводящих проводов, массой нити и потерями на трение пренебречь. Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

### Решение

При равномерном движении груза по вертикали сила натяжения нити уравнивает силу тяжести. Значит, с учётом ничтожности массы нити, двигатель действует на нить с грузом силой  $F = mg$ . Мощность этой силы  $P_{\text{мех}} = F \cdot v = mgv$ .

Мощность, потребляемая электродвигателем,  $P_{\text{эл}} = I \cdot U$ .

Согласно закону Джоуля–Ленца тепловая мощность, выделяемая на обмотке ротора,  $P_{\text{тепл}} = I^2 R$ .

Из закона сохранения энергии следует, что

$$P_{\text{эл}} = P_{\text{мех}} + P_{\text{тепл}}, \text{ то есть } I \cdot U = mgv + I^2 R.$$

Тогда

$$R = \frac{IU - mgv}{I^2}.$$

Подставляя численные значения величин, получим

$$R = \frac{0,2 \cdot 4,5 - 0,3 \cdot 10 \cdot 0,2}{0,2^2} = \frac{0,3}{0,04} = 7,5 \text{ Ом}.$$

Ответ:  $R = 7,5 \text{ Ом}$

### Задание 5. (15 баллов)

Какие горные породы называют осадочными? Из чего они могут состоять? Какие полезные ископаемые с ними связаны?

#### Ответ:

Осадочными называют горные породы, которые образуются как правило на дне океанов, морей и озер. Они образуются в результате различных экзогенных процессов, формируясь из разрушенных ранее горных пород или из-за выпадения в осадок растворенных в воде химических элементов, а также из остатков живых организмов. По способу образования выделяют обломочные, хемогенные и органогенные осадочные горные породы.

Обломочные осадочные породы состоят из обломков ранее разрушенных пород – магматического, метаморфического или осадочного генезиса. Обломки могут быть разного размера, окатанными или угловатыми, а сами породы рыхлыми или сцементированными. Состав обломочных пород наиболее разнообразен. Примеры: конгломераты, гравий, пески, глина, галька.

Хемогенные и органогенные осадочные породы по составу бывают карбонатными, кремнистыми, фосфатными, сульфатными, галоидными, каустобиолитами. Примеры: известняки, фосфориты, гипс, каменная соль, уголь и т.д.

Часто сами породы являются полезными ископаемыми - строительные материалы (известняк, доломит, гипс, песок), горючие ископаемые (уголь, нефть, торф), химическое (сульфаты, фосфориты), керамическое (глины), металлургическое (осадочные железные, марганцевые и другие руды) сырье и др.

Максимальный балл ставился за корректные и полные ответы на все три вопроса задания.

Дополнительный балл получали написавшие о россыпях и россыпных месторождениях полезных ископаемых.

### **Задание 6. (15 баллов)**

Опишите геологические процессы, проявленные на данной территории.



#### **Ответ:**

На фотографии видны довольно высокие горы покрытые снегом, у подножия которых течет река.

Для ответа на поставленный вопрос необходимо охарактеризовать геологическую работу рек (форма долины, эрозия, перенос материала), гравитационные явления (обвалы, осыпи), процессы выветривания (физическое, химическое) на примере данной фотографии.

Наиболее полный ответ может включать также описание геологической работы ветра (выдувание и обтачивание пород, не содержащих растительности), геологической работы ледников (разрушение пород, шлифовка, перенос материала).

Карстовые явления и процесс формирования (воздымания) гор мы непосредственно не наблюдаем, поэтому эти варианты ответа не учитываются.