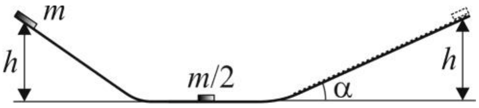
Задания и решения отборочного этапа олимпиады школьников «Ломоносов» по физике.

2021/2022 учебный год.

1. Маленькая шайба соскальзывает с некоторой высоты h по гладкой наклонной плоскости, плавно



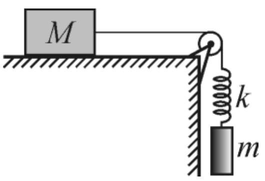
переходящей на горизонтальный участок гладкой поверхности, и испытывает центральное абсолютно упругое соударение с шайбой вдвое меньшей массы. Вторая шайба после соударения попадает на наклонную шероховатую поверхность, плавно сопряжённую с горизонтальной поверхностью посредством гладкого участка. Определите угол α, который образует с горизонтом шероховатая наклонная поверхность, если эта шайба поднимается по ней на такую же высоту h. Коэффициент трения между шайбой и шероховатой поверхностью равен μ = . Ответ приведите в градусах, округлив до целых.

Решение. (23 балла). Скорость первой шайбы перед ударом определяем из закона сохранения механической энергии $mgh = \frac{mv_0^2}{2}$. Из закона сохранения импульса и механической энергии при упругом ударе определяем скорость второй шайбы $V_1 = \frac{4V_0}{3}$. Далее записываем закон изменения механической энергии второй шайбы: $\frac{mV_1^2}{4} - \mu \cdot \frac{m}{2} g \cdot h \cdot \mathrm{ctg}\alpha = \frac{m}{2} \cdot gh$. С учётом первого равенства и найденного выше значения скорости v_1 получаем, что $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{9\mu}{7}$. **Ответ:** $\alpha = \mathrm{arctg}\left(\frac{9\mu}{7}\right)$.

Варьируемый параметр μ. Диапазон изменения от 0,2 до 0,4 с шагом 0,02. Расчётная формула: $\alpha = 57{,}3 \cdot \mathrm{arctg}(1{,}286 \cdot \mu)$.

μ	0,20	0,22	0,24	0,26	0,28	0,30	0,32	0,34	0,36	0,38	0,40
α	14	16	17	18	20	21	22	24	25	26	27

2. На шероховатом горизонтальном столе находится брусок массой M = г с прикрепленной к нему



легкой нерастяжимой нитью, перекинутой через невесомый неподвижный блок. Ко второму концу нити привязана легкая пружина жесткостью k = 10 Н/м с подвешенным на ней грузом массой m = 100 г. В начальном состоянии груз удерживают в таком положении, что нить слегка натянута, а пружина не деформирована, причем правый конец нити и пружина занимают вертикальное положение. В некоторый момент груз отпускают из состояния покоя. Спустя время τ = π/30 с ≈ 0,105 с после этого брусок сдвигается с места. Найдите коэффициент трения μ между бруском и столом. Ответ округлите до сотых.

Решение. (21 балл). Брусок сдвинется с места, когда сила натяжения нити T превысит максимальное значение силы трения покоя между бруском и столом, т.е. при $T > \mu Mg$, где g – ускорение свободного падения. В свою очередь по закону Гука $T = ky$, где y – удлинение пружины. Найдем величину $y(\tau) = y_0$ в момент времени τ. Совместим начало отсчета с нижним концом недеформированной пружины, координатную ось OY направим вертикально вниз. По второму закону Ньютона для груза имеем уравнение движения $m\ddot{y} = mg - ky$ с начальными условиями $y(0) = 0$, $\dot{y}(0) = 0$, где точками обозначены производные по времени. Заменой переменных $\eta = y - \frac{mg}{k}$ уравнение движения груза приводится к уравнению $\ddot{\eta} + \frac{k}{m}\eta = 0$, описывающему гармонические колебания с круговой частотой $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$. С учетом начальных условий $\eta(0) = -\frac{mg}{k}$, $\dot{\eta}(0) = 0$ решение этого уравнения имеет вид $\eta(t) = -\frac{mg}{k}\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)$.

Переходя вновь к переменной y, находим, что $y_0 = \frac{mg}{k}\left[1 - \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\tau\right)\right]$. Подставляя это значение в уравнение $\mu Mg = ky_0$, получаем, что искомый коэффициент трения $\mu = \frac{m}{M}\left[1 - \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\tau\right)\right]$.

Ответ: $\mu = \frac{m}{M}\left[1 - \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\tau\right)\right]$.

Варьируемый параметр M. Диапазон изменения от 200 до 600 г с шагом 40 г. Расчётная формула: $\mu = \frac{50}{M}$.

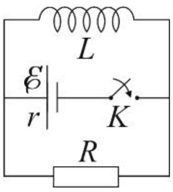
M	200	240	280	320	360	400	440	480	520	560	600
μ	0,25	0,21	0,18	0,17	0,14	0,12	0,11	0,10	0,10	0,09	0,08

3. В теплоизолированном вертикальном цилиндре под тяжелым теплоизолирующим поршнем находится идеальный одноатомный газ. Расстояние между поршнем и дном сосуда $H = 1$ м. Сверху на поршень медленно насыпали малую порцию песка, масса которой $m =$ г значительно меньше массы поршня. На какую величину ΔU изменится в результате этого внутренняя энергия газа? Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с^2. Ответ приведите в миллиджоулях, округлив до целых.

Решение. (20 баллов). Изменение внутренней энергии идеального одноатомного газа равно $\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$, где ν – количество молей газа, R – универсальная газовая постоянная. Уравнения Менделеева−Клапейрона для начального и конечного состояний газа имеют вид: $pV = \nu RT$, $(p + \Delta p)(V - \Delta V) = \nu R(T + \Delta T)$. Здесь p, V и T – начальные давление, объем и температура газа; Δp, ΔV и ΔT – их приращения. Пренебрегая произведением малых величин $\Delta p \Delta V$, из этих уравнений находим $\nu R\Delta T = V\Delta p - p\Delta V$. Поскольку газ теплоизолирован, из первого закона термодинамики следует, что $p\Delta V = \Delta U$. Условия равновесия поршня массой M в начальном и конечном состояниях имеют вид: $pS = Mg + p_0 S$, $(p + \Delta p)S = (M + m)g + p_0 S$, где S – площадь поршня, p_0 – атмосферное давление. Отсюда $\Delta p = \frac{mg}{S} = \frac{mgH}{V}$. Объединяя записанные выражения, получаем, что $\Delta U = \frac{3}{5}mgH$. **Ответ:** $\Delta U = \frac{3}{5}mgH$.

Варьируемый параметр m. Диапазон изменения от 10 до 30 г с шагом 2 г. Расчётная формула: $\Delta U = 6 \cdot m$.

M	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
μ	60	72	84	96	108	120	132	144	156	168	180

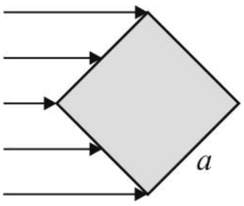


4. В цепи, схема которой показана на рисунке, в некоторый момент замыкают ключ K. Найдите напряжение U на катушке к тому моменту, когда через резистор протечет заряд $q = 1$ мКл. Индуктивность катушки $L = 1$мГн, сопротивление резистора $R = 4$ Ом, ЭДС источника E = В, а его внутреннее сопротивление $r = 1$ Ом. Ответ приведите в вольтах, округлив до десятых.

Решение. (19 баллов). Рассмотрим момент времени, когда напряжение на катушке равно U. Обозначим через I_L, I_R, и I_r силы токов, текущих в этот момент через катушку, резистор и источник, соответственно. По закону электромагнитной индукции $U = L\dfrac{\Delta I_L}{\Delta t}$, где ΔI_L – изменение за малое время Δt силы тока, текущего через катушку. По закону Ома для однородного участка цепи напряжение на резисторе $U = I_R R$. По закону Ома для участка цепи, содержащего ЭДС, $U = \mathsf{E} - I_r r$. Поскольку согласно первому правилу Кирхгофа $I_r = I_L + I_R$, из последнего равенства можно исключить переменную I_r, переписав это равенство в виде: $U = \mathsf{E} - \left(I_L + \dfrac{U}{R}\right)r$. Кроме того, из записанных выше уравнений следует, что $L\Delta I_L = RI_R\Delta t = R\Delta q$, где $\Delta q = I_R\Delta t$ – заряд, протекший через резистор R за время Δt. Так как до замыкания ключа ток через катушку отсутствовал, а к рассматриваемому моменту времени стал равным I_L, то $LI_L = Rq$. Выражая отсюда величину I_L и подставляя ее в записанное выше соотношение для U, получим уравнение: $U = \mathsf{E} - \left(\dfrac{Rq}{L} + \dfrac{U}{R}\right)r$, из которого следует, что $U = \dfrac{R}{R+r}\left(\mathsf{E} - \dfrac{Rrq}{L}\right)$. **Ответ:** $U = \dfrac{R}{R+r}\left(\mathsf{E} - \dfrac{Rrq}{L}\right)$.

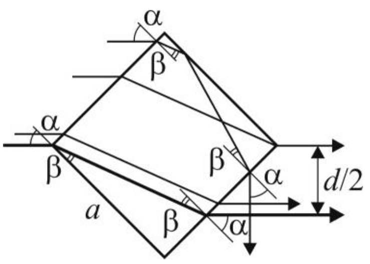
Варьируемый параметр E. Диапазон изменения от 5 до 15 В с шагом 1 В. Расчётная формула: $U = 0{,}8\cdot(\mathsf{E} - 4)$.

E	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
U	0,8	1,6	2,4	3,2	4,0	4,8	5,6	6,4	7,2	8,0	8,8



5. Стеклянный кубик освещается широким пучком параллельных световых лучей, параллельных одной из его граней, как показано на рисунке. Определите ширину d параллельного пучка лучей, выходящего из кубика в направлении падающего пучка. Длина ребра кубика a = см, коэффициент преломления стекла n = 1,5. Ответ приведите в сантиметрах, округлив до десятых.

Решение. (17 баллов). Ход лучей, падающих на верхнюю половину кубика, изображен на рисунке. Видно, что параллельный пучок лучей, выходящих из кубика в направлении падающего пучка, ограничен лучами, попадающих на ребро кубика и преломлёнными на нем. Отметим, что лучи, падающие изнутри на грань кубика под углом $90° - \beta \approx 62°$, испытывают на этой грани полное внутреннее отражение (критический угол $\alpha_{\text{кр}} \approx 42°$) и наружу не выходят. Как видно из рисунка, $\dfrac{d}{2} = a(1 - \mathrm{tg}\,\beta)\cdot\sin\alpha$.



Учитывая, что по закону преломления $\sin\beta = \dfrac{\sin\alpha}{n}$, а $\cos\beta = \sqrt{1 - \dfrac{\sin^2\alpha}{n^2}}$, получаем, что $\dfrac{d}{2} = a\left(1 - \dfrac{\sin\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}\right)\cdot\sin\alpha$. Поскольку $\alpha = 45°$, то $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ и $d = 2a\left(1 - \dfrac{\sqrt{2}}{2\sqrt{n^2 - 0{,}5}}\right)\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Ответ: $d = 2a\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{n^2 - 0{,}5}}\right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Варьируемый параметр *a*. Диапазон изменения от 3 до 8 см с шагом 0,5 см. Расчетная формула $d = a \cdot 0{,}658$.

a	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8
d	2,0	2,3	2,6	3,0	3,3	3,6	3,9	4,3	4,6	4,9	5,3