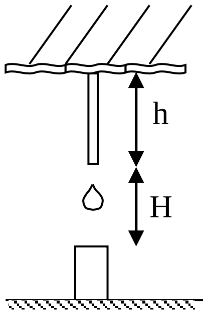
Заключительный этап
Всесибирской Открытой Олимпиады Школьников по физике
13 марта 2022 г.
Задачи 8 класса
Возможные решения (максимум 10 баллов за задачу)



1. Весной снег на крыше дома начал таять, и на краю крыши стала нарастать сосулька. Из стекающих с крыши капель каждая 9-я замерзала на этой сосульке, а из упавших дальше половина замерзала, образуя вертикальный столбик на земле (см. условный рисунок справа). И сосулька, и столбик имеют правильную цилиндрическую форму, а диаметр столбика в 3 раза больше, чем диаметр сосульки. Через час после начала таяния сосулька имела длину h=1.2 м, а между концами сосульки и столбика расстояние было равно H=80 см. Сколько еще времени пройдёт, прежде чем сосулька коснется столбика? Считать, что скорость таяния снега постоянна.

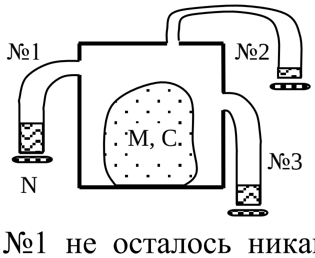
Решение: Обозначим искомое время как Tx, время, за которое сосулька выросла на h, T_1=1 ч, скорость опускания нижнего конца сосульки $V_1=h/T_1$, а скорость роста столбика V_2.

Объемы замерзшей воды прямо пропорциональны длине сосульки или столбика и квадрату их толщины (+1 балл). Отсюда следует, что при одной и той же длине, сосулька занимает объем в 9 раз меньший, чем объем столбика (+2 балла). Из условия следует, что за одно и то же время количество капель, замерзающих на столбике (т.е. формирующих этот столбик), в 4 раза больше числа капель, замерзающих на сосульке (+1 балл).

Так как капли в среднем одинаковы, то скорость роста сосульки в 9/4 раза больше, чем скорость роста столбика: $V_2=4V_1/9$ (+1 балл), а скорость сближения концов сосульки и столбика равна $V_{сбл}=13V_1/9$ (+2 балла).

По условию $V_1=h/T_1$, т.е. $Tx=H/V_{сбл}=9H/13V_1=T_1\cdot 9H/13h=6/13$ часа≈27.7 мин

(+3 балла за явно сформулированный и корректно полученный ответ). Если не учитывается рост столбика, то, при корректных вычислениях, всего ставится 2 балла.



2. Внутри теплоизолированного объема находится тело с массой ***M***=98 кг и удельной теплоемкостью ***C***=1 кДж/кг·град. Для подогрева этого тела используется пар, подаваемый в этот же объем из трех испарителей (см. рис.). В испарители заливают жидкость общей массой ***m***=1 кг при такой же начальной температуре, что и у тела внутри объема, и одновременно их включают. После включения в испарителе №1 не осталось никакой жидкости через t_1=14 минут, в исп. №2 - через t_2=6 минут, в исп. №3 - через t_3=10 минут. Найти *изменение* ΔT температуры тела после конденсации всего пара внутри объема и установления теплового равновесия. Известно, что в каждом испарителе в жидкость передается одинаковая тепловая мощность ***N***=2 кВт. У жидкости, заливаемой в испаритель, удельная теплоемкость $C_Ж$=2 кДж/кг·град.

Решение: Для использования в промежуточных вычислениях обозначим температуру тела (и всей жидкости, образовавшейся внутри объема после конденсации пара) как T_X, начальную температуру всей системы обозначим T_0 (искомая величина $\Delta T=T_X-T_0$), массы жидкости, залитой в каждый из испарителей, m_1, m_2 и m_3, соответственно ($\boldsymbol{m}=m_1+m_2+m_3$), удельную теплоту парообразования $\boldsymbol{L_Ж}$, температуру кипения жидкости - $T_{КИП}$. Решение может быть получено короче и без введения этих параметров, но они помогут лучше понять связь между разными физическими величинами.

Сначала заметим, что тело нагревается в результате теплообмена с паром и нагретой жидкостью, которая образуется внутри объема в результате конденсации пара. При конденсации всего пара внутри объема образуется жидкость при $T_{КИП}$ и выделится теплота

$Q_{КИП}=(m_1+m_2+m_3)\cdot L_Ж=m\cdot L_Ж$ (+1 балл).

т.е. столько же, сколько потребовалось для ее испарения после нагрева до $T_{КИП}$.

При дальнейшем охлаждении жидкости от $T_{КИП}$ до T_X в ходе теплообмена телу будет передана теплота

$Q_{ОХЛ}=m\cdot C_Ж\cdot(T_{КИП}-T_X)$ (+1 балл).

Таким образом, уравнение теплового баланса внутри объема имеет вид

$M\cdot C\cdot(T_X-T_0)= Q_{КИП}+ Q_{ОХЛ}$ (+1 балл)

Теперь заметим, что переход в пар всей жидкости в испарителе №n требует количества теплоты, равного

$Q_n=m_n\cdot C_Ж\cdot(T_{КИП}-T_0)+ m_n\cdot L=N\cdot t_n$,

т.е.

$N\cdot(t_1+t_2+t_3)=(m_1+m_2+m_3)\cdot[L_Ж+C_Ж\cdot(T_{КИП}-T_0)]=m\cdot[L_Ж+C_Ж\cdot(T_{КИП}-T_0)]$ (+2 балла)

Это соотношение можно переписать следующим образом:

$m\cdot[L_Ж+C_Ж\cdot(T_{КИП}-T_0)]=m\cdot[L_Ж+C_Ж\cdot(T_{КИП}-T_0+T_X-T_X)]=m\cdot[L_Ж+C_Ж\cdot(T_{КИП}-T_X)]+m\cdot C_Ж\cdot(T_X-T_0)=$
$= Q_{КИП}+ Q_{ОХЛ}+ m\cdot C_Ж\cdot(T_X-T_0)$

Далее получаем,

$M\cdot C\cdot(T_X-T_0)= N\cdot(t_1+t_2+t_3)- m\cdot C_Ж\cdot(T_X-T_0)$ (+2 балла)

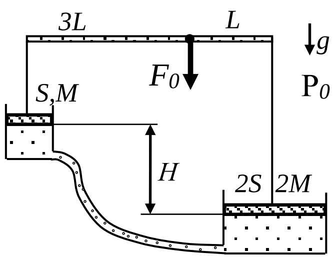
откуда следует, что

$$\Delta T = T_X - T_0 = \frac{N\cdot(t_1+t_2+t_3)}{M\cdot C + m\cdot C_Ж} = \frac{2000\text{Вт}\cdot 1800\text{сек}}{98\text{кг}\cdot 1000\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{град}) + 1\text{кг}\cdot 2000\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{град})} = 36\ ^\circ\text{C}$$

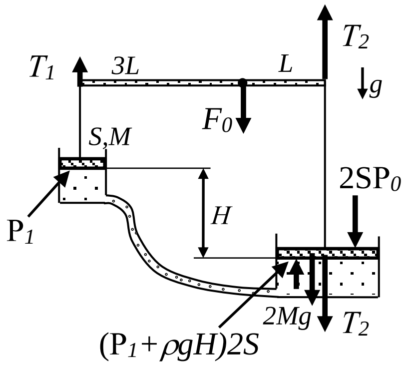
(+3 балла за явно сформулированный и корректно полученный ответ).

Как уже упоминалось выше, рассмотрение промежуточных этапов испарения-конденсации жидкости необязательно, и уравнение теплового баланса может быть записано сразу для конечного состояния, поскольку весь процесс заключался в том, что внутрь объема была передана определенная энергия в форме теплоты и нагреты находящиеся там жидкость и тело. При любом корректном обосновании этого уравнения ставится 10 баллов.

3. Имеется два сообщающихся сосуда, жестко закрепленных на разных уровнях. В сосудах находится жидкость, которая накрыта сверху подвижными поршнями площадью сечения *S* и *2S*, причем больший поршень вдвое тяжелее меньшего и находится ниже него на *H*. К поршням прикреплены вертикальные стержни, на которые опирается перемычка длиной *4L* (см. рисунок). Найдите плотность жидкости, если эта система находится в равновесии, когда к перемычке приложена вертикальная сила F_0 в точке, делящей перемычку в отношении 3:1. Внешнее давление равно P_0.



Решение: Для использования в промежуточных вычислениях обозначим силы, действующие на поршни (и на края перемычки) как T_1 и T_2, давление под меньшим поршнем - как P_1.



Условия равновесия перемычки

$F_0=T_1+T_2$ (+1 балл)

$T_2{\cdot}L=T_1{\cdot}3L$ (+1 балл)

Отсюда следует, что

$T_2=3F_0/4$ и $T_1=F_0/4$ (+1 балл за выражение обоих натяжений через заданное F_0) .

Условия равновесия поршней:

меньшего: $T_1+Mg+(P_0-P_1)S=0$ (+1 балл)

большего: $T_2+2Mg+(P_0-(P_1+\rho gH))\cdot 2S=0$ (+2 балла)

Из первого из этих двух уравнений можно найти, что

$Mg+(P_0-P_1)S=-T_1$,

а из второго -

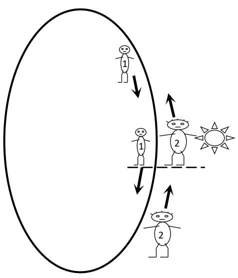
$T_2-2\cdot T_1-\rho gH\cdot 2S=0$ (+1 балл)

Таким образом

$$\rho=\frac{F_0}{8SgH}$$

(+3 балла за явно сформулированный и корректно полученный ответ). Если при решении проигнорировано наличие внешнего давления, то всего ставится 8 баллов.

4. На уроке физкультуры вместе занимаются $N_1=8$ первоклассников и $N_2=12$ второклассников. Учитель расставил всех учащихся равномерно по всей длине круглого стадиона: 1-й класс на одну дорожку, а 2-й класс - на соседнюю дорожку (см. поясняющий рисунок не в масштабе). *Второкласснику*, стоящему рядом с первоклассником на стартовой линии, учитель дал предмет, который школьники должны были передавать друг другу (изображен звездочкой на рисунке). По команде учителя 1-й класс побежал по своей дорожке в одном направлении (по часовой стрелке на рисунке), а 2-й класс - в другом направлении. После этого, каждый раз, когда бегущие навстречу школьники оказываются рядом, школьник, который несёт предмет, передаёт его школьнику из другого класса. Через какое время после старта передаваемый предмет пересечет стартовую линию, если каждый первоклассник пробегает всю дорожку за T_1=6 минут, а второклассник - за T_2=3 минуты? Считать, что эти школьники отличаются большой выносливостью и все время бегут с постоянной скоростью. Различие длин дорожек не учитывать.



Решение: Для использования в промежуточных вычислениях обозначим длину дорожек L. Таким образом, скорости движения первоклассников и второклассников равны L/T_1 и L/T_2, соответственно. А скорость сближения школьников, бегущих по разным дорожкам равна $(L/T_1+L/T_2)$ (+1 балл).

Сначала заметим, что в момент получения передаваемого предмета первоклассник и второклассник находятся рядом, поэтому от первоклассника следующий второклассник находится, считая вдоль дорожки, на расстоянии L/N_2, а если предмет получил второклассник, то следующий первоклассник находится на расстоянии L/N_1 от него. Отсюда следует, что предмет находится у конкретного первоклассника в течение времени

$$\frac{L/N_2}{L/T_1+L/T_2}=\frac{T_1\cdot T_2}{(T_1+T_2)\cdot N_2}=\frac{1}{6}\,мин=10\;сек$$ (+1 балл),

а у второклассника - в течение $\frac{L/N_1}{L/T_1+L/T_2}=\frac{T_1\cdot T_2}{(T_1+T_2)\cdot N_1}=\frac{1}{4}\,мин=15\;сек$ (+1 балл).

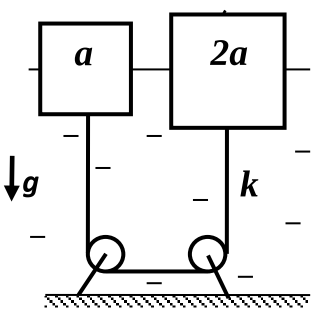
Таким образом, за время передачи предмета от второклассника первокласснику *и обратно* (равное 5/12 минуты или 25 секунд) предмет сместится вдоль дорожки на расстояние $\frac{L/N_1}{L/T_1+L/T_2}\cdot\frac{L}{T_2}-\frac{L/N_2}{L/T_1+L/T_2}\cdot\frac{L}{T_1}=\frac{L}{T_1+T_2}\cdot\left(\frac{T_1}{N_1}-\frac{T_2}{N_2}\right)=\frac{L}{18}$, (+3 балла)

т.е. на 1/18 всей дорожки. Здесь учтено, что второклассник пробегает большее расстояние за время между передачами, т.е. предмет в среднем движется в ту же сторону, что и второклассники.

Ровно через 18 циклов передачи предмета "туда и обратно" передаваемый предмет окажется на стартовой линии вместе с первоклассником (который в этот момент встретится с очередным второклассником) через

$$\frac{5}{12}\cdot 18=\frac{15}{2}\,мин=450\;сек$$ (+1 балл)

Однако первый раз после старта предмет пересечёт стартовую линию чуть раньше - с второклассником, который передаст предмет этому первокласснику. Это произойдет на 15 секунд раньше, т.е. через 435 сек после старта (+3 балла за явно сформулированный и корректно полученный ответ). 15 секунд получается, так как первоклассник принесет предмет на линию старта за 10 сек, а тот же самый отрезок второклассник пробегает вдвое быстрее, т.е. за 5 сек.



5. Два кубика с длинами ребер ***a*** и ***2a*** связаны длинной и тонкой резинкой с коэффициентом жесткости ***k***. Резинка охватывает два блока, закрепленных на дне большого сосуда (см. рис.). В исходном равновесном положении каждый кубик погружен в жидкость на половину своего объема, а натяжение резинки равно $T_0>0$.

Какую *минимальную* внешнюю силу ***F*** надо приложить к какому-нибудь из кубиков в вертикальном направлении, чтобы натяжение резинки в равновесии уменьшилось до нуля? Явно указать, к какому именно кубику следует приложить такую силу и почему. Плотность жидкости ρ.

Решение: Введем обозначения M_1 и M_2 для масс кубиков с ребрами *a* и *2a*, соответственно.

Массы и плотности кубиков должны быть разные, так как натяжение резинки одинаково по ее длине, а выталкивающие силы, действующие на кубики, разные. Поэтому условия равновесия каждого из кубиков в исходной ситуации имеют вид

$$M_1 g+T_0=\rho g\frac{a^3}{2}$$

$$M_2 g+T_0=\rho g\cdot 4a^3$$ (+1 балл за условия равновесия для обоих кубиков)

Пусть искомая сила F приложена к меньшему кубику с ребром a, и под действием этой силы кубик опустился на $x<a/2$. Так как начальное растяжение резинки равно T_0/k, а в конечном состоянии оно равно нулю, то полная длина резинки уменьшилась на T_0/k. Следовательно, второй кубик сдвинулся вверх на расстояние $x-T_0/k$, а условия равновесия для кубиков в новом состоянии записываются так:

$$M_1 g + F = \rho g a^2 (\frac{a}{2} + x)$$ (+1 балл)

$$M_2 g = \rho g \cdot 4a^2 (a - x + \frac{T_0}{k})$$ (+1 балл)

Из второго и четвертого уравнений следует, что

$$x = T_0 \frac{k + 4 \cdot \rho g a^2}{4k \cdot \rho g a^2}$$ (+1 балл)

Используя теперь первое и третье уравнения, получаем

$$F = T_0 \cdot \left(1 + \frac{1}{4} \cdot (1 + \frac{4\rho g a^2}{k}) \right) = T_0 \cdot \left(\frac{5}{4} + \frac{\rho g a^2}{k} \right)$$

(+2 балла за явно сформулированный и корректно полученный ответ для случая $x<a/2$).

Найденная связь между x и T_0 позволяет заключить, что $x<a/2$ может быть выполнено только при $k > \frac{4T_0 \rho g a^2}{2\rho g a^2 - T_0}$ (+1 балл за анализ и нахождение области применимости полученного ответа). В связи с этим также заметим, что $T_0<\rho g a^3/2$ (масса тел положительна).

При $k < \frac{4T_0 \rho g a^2}{2\rho g a^2 - T_0}$ искомая сила F равна $\rho g \frac{a^3}{2}$, так как после полного погружения кубика он будет под действием такой силы погружаться до тех пор, пока натяжение резинки не упадет до нуля (+2 балла за получение второго варианта ответа).

Если бы внешняя силы была приложена к большему кубику, то вычисления были бы аналогичны, только требуемое значение F стало бы больше (+ 1 балл за какое-либо обоснование минимальности найденного значения F при действии на меньший кубик)

Задача не считается решенной, если приводится только ответ!

Желаем успеха!