Заключительный этап
Всесибирской Открытой Олимпиады Школьников по физике
13 марта 2022 г.
Задачи 11 класса
Возможные решения (максимум 10 баллов за задачу)

1. Амперметр, подключенный к батарейке, показывает ток 1 А, тот же амперметр, подключенный к последовательно соединенным двум батарейкам, показывает ток 1,5 А. Что будет показывать амперметр, если к нему подключить очень большое количество последовательно соединенных батареек?

Возможное решение

1) Предположим, что ЭДС батарейки *E*, ее внутреннее сопротивление *r*, а сопротивление амперметра *R*. В первом случае $E = I_1(R+r)$. <2 балла>

2) Во втором случае $2E = I_2(R+2r)$. <2 балла>

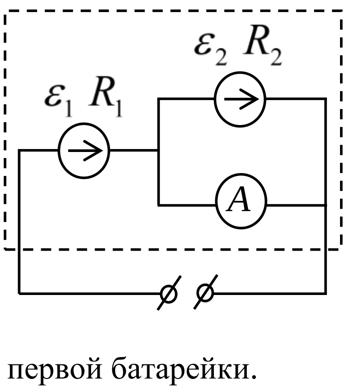
3) При очень большом количестве батареек N $E = I_N(R/N+r) \approx I_\infty r$. <3 балла>

Из первых двух уравнений получаем $\frac{2E}{I_2} - \frac{E}{I_1} = r$, а из третьего – ответ.

Ответ: $I_\infty \approx \frac{I_1 I_2}{2I_1 - I_2}$=3 А. <3 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Закон Ома для полной цепи с одной батарейкой	$E = I_1(R+r)$	2
2	Закон Ома для полной цепи с двумя батарейками	$2E = I_2(R+2r)$	2
3	Закон Ома для полной цепи с очень большим количеством батареек	$E = I_N(R/N+r) \approx I_\infty r$	3
4	Получение ответа	$I_\infty \approx \frac{I_1 I_2}{2I_1 - I_2}$=3 А	3



2. Школьник из двух батареек с неизвестными параметрами (ЭДС и внутренним сопротивлением) собрал источник по схеме, изображенной на рисунке, и стал её тестировать. При разомкнутых клеммах собранного источника амперметр показывал ток J_∞, при коротком замыкании клемм ток через амперметр был равен J_0. При подключении некоторой нагрузки ток через амперметр стал равен J_A. Определите, во сколько раз сопротивление нагрузки больше внутреннего сопротивления первой батарейки.

Возможное решение

1) Используя законы Кирхгофа нетрудно найти ток через амперметр при подключении некоторой нагрузки

$$J_A = \frac{\varepsilon_2}{R_2} - \frac{\varepsilon_1}{R_1 + r}$$ <3 балла>

2) Аналогично ток при разомкнутых клеммах

$$J_\infty = \frac{\varepsilon_2}{R_2}$$ <2 балла>

3) И ток при коротком замыкании клемм

$$J_0 = \frac{\varepsilon_2}{R_2} - \frac{\varepsilon_1}{R_1}$$ <2 балла>

Откуда получается ответ.

Ответ: $\frac{r}{R_1} = \frac{J_A - J_0}{J_\infty - J_A}$ <3 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение тока через амперметр при подключении некоторой нагрузки	$J_A = \frac{\varepsilon_2}{R_2} - \frac{\varepsilon_1}{R_1 + r}$	3
2	Определение тока при разомкнутых клеммах	$J_\infty = \frac{\varepsilon_2}{R_2}$	2
3	Определение тока при коротком замыкании клемм	$J_0 = \frac{\varepsilon_2}{R_2} - \frac{\varepsilon_1}{R_1}$	2
4	Получение ответа	$\frac{r}{R_1} = \frac{J_A - J_0}{J_\infty - J_A}$	3

3. Резинку длиной L и жесткостью k_0 замкнули в кольцо и придали ей форму равнобедренного прямоугольного треугольника. При этом резинка осталась в недеформированном состоянии. В вершинах треугольника к резинке прикрепили маленькие металлические шарики. Шарики зарядили – в результате резинка растянулась, а длина сторон треугольника в равновесном состоянии увеличилась в два раза. Треугольник при этом сохранил свою форму. Определите заряды шариков в вершинах прямого и острого углов. Считать, что сила упругости резинки пропорциональна ее деформации.

Возможное решение

1) Недеформированная вначале резинка имела длину L. В конце она имеет длину $2L$. То есть, деформация резинки будет равна L, и сила упругости $T = k_0 L$. <2 балла>

2) Силы упругости должны уравновешивать кулоновские силы отталкивания зарядов. Поскольку кулоновская сила взаимодействия двух зарядов параллельна силе натяжения резинки, связывающей эти заряды, то единственная возможность равновесия состоит в равенстве всех парных сил взаимодействия зарядов силе упругости T. <3 балла>

3) Пусть a – катет растянутого треугольника, а b – его гипотенуза: $a = \dfrac{2L}{2+\sqrt{2}}; b = \dfrac{2L\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$.

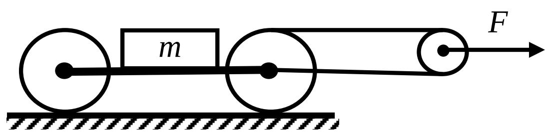
Пусть заряд в вершине прямого угла Q, а в вершине острого – q: из условия равновесия шариков $\dfrac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 a^2} = k_0 L; \dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 b^2} = k_0 L$ получаем ответ. <3 балла>

Ответ: $q = b\sqrt{4\pi\varepsilon_0 k_0 L}$, $Q = \dfrac{a^2}{b}\sqrt{4\pi\varepsilon_0 k_0 L}$. <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение силы натяжения резинки	$T = k_0 L$	2
2	Утверждение о равенстве парных сил Кулона силе натяжения резинки		3
3	Получение формул для сил Кулона	$\dfrac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 a^2} = k_0 L; \dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 b^2} = k_0 L$, $a = \dfrac{2L}{2+\sqrt{2}}; b = \dfrac{2L\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$	3
4	Получение ответа	$q = b\sqrt{4\pi\varepsilon_0 k_0 L}$, $Q = \dfrac{a^2}{b}\sqrt{4\pi\varepsilon_0 k_0 L}$	2

4. Легкая тележка на двух катках без проскальзывания катится по горизонтальной поверхности. На ней находится груз массой m. На передний каток по часовой стрелке намотана нить (см. рисунок). Она переброшена через подвижный блок с радиусом, равным половине радиуса катка, а ее свободный конец закреплен на оси катка. Какое ускорение имеет тележка, если к подвижному блоку приложена сила F? Блок и тележка невесомые, а нить не растягивается и не проскальзывает по катку.



Возможное решение

1) Вращающие моменты относительно оси правого катка создают две силы: сила трения $F_{тр}$ и сила натяжения верхней части нити T. Так как каток невесомый, то моменты этих сил, а значит и сами силы равны, $F_{тр} = T$. <3 балла>

2) Массы блока и нити тоже равны нулю, поэтому $F = 2T = 2F_{тр}$. <2 балла>

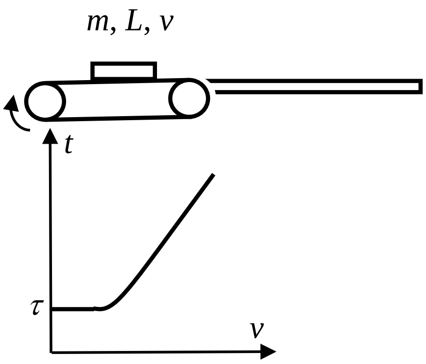
3) На систему по горизонтали действуют две силы F и $F_{тр}$. Находим ускорение тележки:

$$a = \frac{1}{m}\left(F + F_{тр}\right)$$ <2 балла>

Ответ: $a = \dfrac{3F}{2m}$. <2 балла>

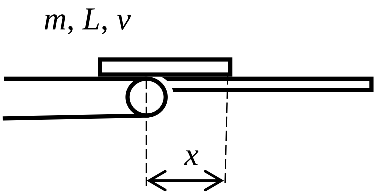
Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Анализ сил		1
2	Равенство силы трения $F_{тр}$ и силы натяжения нити T.	$F_{тр} = T$	3
3	Определение силы натяжения нити T.	$F = 2T$	2
4	II закон Ньютона для груза	$a = \frac{1}{m}\left(F + F_{тр}\right)$	2
5	Получение ответа	$a = \frac{3F}{2m}$	2



5. Движущийся на ленте транспортера гибкий лист фанеры длиной L выталкивается на прилегающую к транспортеру горизонтальную приемную площадку. На графике приведена зависимость времени торможения листа от скорости движения ленты. Время отсчитывается от начала торможения. Коэффициент трения фанеры о ленту и о поверхность площадки одинаковый. Определите этот коэффициент из параметров приведенного графика зависимости времени торможения листа от скорости ленты транспортера. Площадка и лента транспортера находятся в одной горизонтальной плоскости. Лист фанеры до встречи с площадкой не проскальзывает по ленте. Промежуток между лентой и площадкой много меньше L.

Возможное решение



1) Пока нет скольжения листа по ленте транспортера скорость листа и ленты совпадают <1 балл>

2) Торможение листа фанеры начинается при возникновении скольжения фанеры по транспортеру, т.е.

$$\frac{\mu mg}{L}x = \frac{\mu mg}{L}\left(L - x\right) \text{ или } x = \frac{L}{2}$$ <1 балл>

3) Начиная с этого момента суммарная сила трения, действующая на лист, направлена против движения листа и равна

$$F = \frac{2\mu mg}{L}\left(x - \frac{L}{2}\right), \text{ где } \frac{L}{2} \le x \le L$$ <2 балла>

4) Если ввести обозначение

$$x_1 = x - \frac{L}{2}$$ <1 балл>

5) то эта сила принимает форму

$$F = kx_1, \text{ где } k = \frac{2\mu mg}{L}$$ <1 балл>

и является гармонической.

6) Поэтому время до остановки листа совпадает с четвертью периода колебаний тела массой m под действием гармонической силы F. <3 балла>

7) Это время в известных пределах не зависит от пути листа до остановки и скорости v. Оно отвечает приведенной на графике величине τ, т.е.

$\tau = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{L}{2\mu g}}$. Отсюда $\mu = \frac{\pi^2 L}{8g\tau^2}$ <1 балл>

Ответ: $\mu = \frac{\pi^2 L}{8g\tau^2}$

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Условие сохранения начальной скорости листа		1
2	Определение начала торможения листа	$\frac{\mu mg}{L}x = \frac{\mu mg}{L}(L-x)$ или $x = \frac{L}{2}$	1
3	Нахождение силы торможения	$F = \frac{2\mu mg}{L}\left(x - \frac{L}{2}\right)$ где $\frac{L}{2} \le x \le L$	2
4	Придание силе гармонического вида	$x_1 = x - \frac{L}{2}$	1
5	Определение эффективного параметра жесткости	$F = kx_1$, где $k = \frac{2\mu mg}{L}$	1
6	Определение времени торможения листа		3
7	Получение ответа	$\mu = \frac{\pi^2 L}{8g\tau^2}$	1