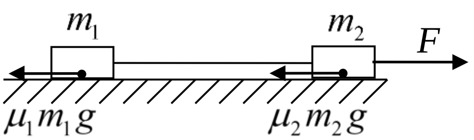
Заключительный этап
Всесибирской Открытой Олимпиады Школьников по физике
13 марта 2022 г.
Задачи 10 класса
***Возможные* решения (максимум 10 баллов за задачу)**

1. Два маленьких тела, связанных нитью, ускоренно скользят по гладкому столу под действием постоянной силы, приложенной ко второму телу. На пути следования этой системы появился шероховатый участок. При въезде на него натяжение нити сначала уменьшилось на величину ΔT_1, а потом увеличилось на величину ΔT_2 относительно нового натяжения. Определите отношение коэффициентов трения о стол первого и второго тел.

Возможное решение



1) Рассмотрим общий случай, когда система тел разгоняется под действием силы F, а на каждое из тел действует своя сила трения (см. рис.). Из второго закона Ньютона стандартным образом получаем систему уравнений

$$\begin{cases} (m_1 + m_2)a = F - \mu_1 m_1 g - \mu_2 m_2 g \\ m_1 a = T - \mu_1 m_1 g. \end{cases}$$

Откуда для натяжения нити имеем

$$T = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\left(F + m_2 g(\mu_1 - \mu_2)\right).$$

Из этого общего результата следуют частные случаи. Когда система двигалась по гладкому столу, то начальное натяжение нити было

$$T_0 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} F.$$ <2 балла>

2) Когда второе тело стало скользить по шероховатому участку, а первое еще оставалось на гладком столе,

$$T_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\left(F - m_2 g \mu_2\right).$$ <2 балла>

3) Когда оба тела оказались на шероховатом участке,

$$T_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\left(F - m_2 g(\mu_1 - \mu_2)\right).$$ <2 балла>

4) Из последних трех равенств следуют следующие два равенства для изменений натяжений

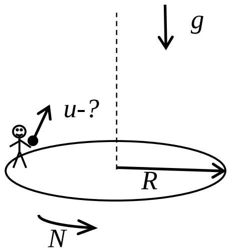
$$\Delta T_1 = T_0 - T_1 = \frac{T_0}{F} m_2 g\, \mu_2; \quad \Delta T_2 = T_2 - T_1 = \frac{T_0}{F} m_2 g\, \mu_1.$$ <2 балла>

5) Беря отношение, получим ответ: $\frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}$. <2 балла>

Ответ: $\frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}$

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение натяжения нити для случая, когда система двигалась по гладкому участку стола	$T = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\left(F + m_2 g\left(\mu_1 - \mu_2\right)\right)$	2
2	Определение натяжения нити для случая, когда первое тело находится на гладком участке, а второе тело скользит по шероховатому участку стола	$T_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\left(F - m_2 g \mu_2\right)$	2
3	Определение натяжения нити для случая, когда оба тела находятся на шероховатом участке	$T_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\left(F - m_2 g\left(\mu_1 - \mu_2\right)\right)$	2
4	Нахождение выражений для изменения натяжений	$\Delta T_1 = \frac{T_0}{F} m_2 g\, \mu_2$; $\Delta T_2 = \frac{T_0}{F} m_2 g\, \mu_1$	2
4	Получение ответа	$\frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}$	2

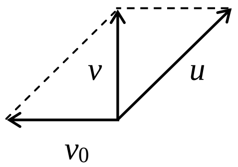


2. Карусель вращается со скоростью N оборотов в секунду. На краю карусели на расстоянии R от оси вращения стоит человек. С какой скоростью u относительно карусели нужно бросить камень, чтобы он пролетел над центром карусели и после поворота карусели на половину оборота упал в руки бросавшему его человеку? Ускорение свободного падения g. Сопротивлением воздуха и размером человека пренебречь.

Возможное решение

1) За время полёта камня карусель к моменту падения камня совершила ½ оборота, и человек переместился в диаметрально противоположную позицию. Этому действию отвечает время полета камня $t = \frac{1}{2N}$. <1 балл>

2) После броска камень движется равноускорено с ускорением g. Введем координатные оси: Ох к центру карусели, Оу вертикально, Oz горизонтально по касательной к карусели. Тогда скорость камня вдоль этих осей равна $v_x = \frac{2R}{t}$, $v_y = \frac{gt}{2}$, а начальная скорость камня в лабораторной системе отсчёта $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$. <3 балла>



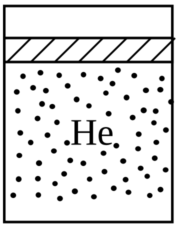
3) Человек с камнем до броска движется со скоростью $v_0 = 2\pi RN$ относительно земли. Эта скорость направлена вдоль Oz, поэтому начальная скорость камня v складывается из двух скоростей v_0 и искомой скорости броска относительно карусели u. Тогда

$$u = \sqrt{v_0^2 + v^2} = \sqrt{\left(\frac{2R}{t}\right)^2 + \left(\frac{gt}{2}\right)^2 + (2\pi RN)^2}.$$ <4 балла>

Ответ: $u = \sqrt{(2RN)^2(\pi^2 + 4) + \left(\frac{g}{4N}\right)^2}$. <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение времени полета камня	$t = \dfrac{1}{2N}$	1
2	Определение начальной скорости камня в лабораторной системе отсчета	$v_x = \frac{2R}{t},\ v_y = \frac{gt}{2},\ v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$	3
3	Определение начальной скорости камня в системе отсчета человека	$v_0 = 2\pi RN, u = \sqrt{v_0^2 + v^2} = \sqrt{\left(\dfrac{2R}{t}\right)^2 + \left(\dfrac{gt}{2}\right)^2 + (2\pi RN)^2}$	4
4	Получение ответа	$u = \sqrt{(2RN)^2(\pi^2 + 4) + \left(\dfrac{g}{4N}\right)^2}$	2



3. В закрытом с обоих торцов вертикальном теплоизолированном цилиндре массивный теплоизолированный поршень удерживается давлением газообразного гелия (см. рис.). В небольшом зазоре выше поршня – вакуум. Гелий постепенно просачивается в пространство над поршнем, пока он не опустится до дна цилиндра. Во сколько раз конечная температура гелия больше начальной? Трения нет.

Возможное решение

1) Пусть начальная температура гелия T_0, а давление P_0, тогда для него уравнение Клапейрона – Менделеева имеет вид $P_0V = \nu RT_0$, где V – объем цилиндра. Из силового равновесия для поршня следует $P_0S = mg$, где S – сечение цилиндра, а m – его масса. Исключая из полученных двух равенств давление P_0, нетрудно получить $mgh = \nu RT_0$, где h – высота цилиндра. <4 балла>

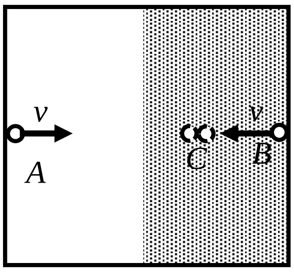
2) Теперь запишем закон сохранения энергии для рассматриваемой системы

$$\frac{3}{2}\nu RT = \frac{3}{2}\nu RT_0 + mgh = \frac{5}{2}\nu RT_0.$$ <4 балла>

3) Из этого равенства сразу следует ответ $\dfrac{T}{T_0} = \dfrac{5}{3}$ <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Уравнение Клапейрона – Менделеева и условие равновесия для поршня	$mgh = \nu RT_0$	4
2	Закон сохранения энергии для рассматриваемой системы	$\frac{3}{2}\nu RT = \frac{3}{2}\nu RT_0 + mgh = \frac{5}{2}\nu RT_0$	4
3	Получение ответа	$\dfrac{T}{T_0} = \dfrac{5}{3}$	2



4. Левая половина горизонтальной площадки гладкая, правая – шероховатая. Две одинаковые шайбы одновременно запустили навстречу друг другу с одинаковой скоростью v из точек A и B от левого и правого края площадки. Шайбы встретились в точке C на расстоянии $CB = \frac{1}{3}AB$. Определите среднюю скорость левой и правой шайбы на пути до их встречи. На гладкой части стола трение шайб о площадку отсутствует, на шероховатой части оно однородное. Размером шайб пренебречь.

Возможное решение

Предположим, что $AB = l$.

1) Правая шайба до столкновения прошла путь $S_{\text{п}} = \frac{l}{3}$, левая - $S_{\text{л}} = \frac{2l}{3} = 2S_{\text{п}}$. Средняя скорость движения левой шайбы $\bar{v}_{\text{л}} < v$, поскольку часть времени она тормозится трением. Средняя скорость правой шайбы $\bar{v}_{\text{п}} = \frac{\bar{v}_{\text{л}}}{2} < \frac{v}{2}$ <2 балла>

2) Если бы правая шайба к моменту встречи двигалась со скоростью v_1, ее средняя скорость была бы больше половины начальной скорости, $\bar{u} = \frac{v + v_1}{2} > \frac{v}{2}$. Из этого следует, что к моменту столкновения правая шайба покоилась в точке C. <2 балла>

3) Если сила трения на правой половине площадки вызывает ускорение шайбы a, то условие ее остановки в точке C: $v^2 = 2al/3$. <1 балл>

4) Левая шайба за время ускоренного движения t проходит путь $\frac{l}{6} = vt - \frac{at^2}{2} = vt - \frac{3v^2t^2}{4l}$.

Решая уравнение, находим $t = \frac{(2-\sqrt{2})l}{3v}$. <2 балла>

5) Полное время движения левой шайбы $T = \frac{l}{2v} + \frac{(2-\sqrt{2})l}{3v} = \frac{(7-2\sqrt{2})l}{6v}$, <1 балл>

ее средняя скорость $\bar{v}_{\text{л}} = \frac{2l}{3T} = \frac{4v}{(7-2\sqrt{2})}$, средняя скорость правой шайбы $\bar{v}_{\text{п}} = \frac{l}{3T} = \frac{2v}{(7-2\sqrt{2})}$.

Ответ: $\bar{v}_{\text{л}} = \frac{4v}{(7-2\sqrt{2})}$, $\bar{v}_{\text{п}} = \frac{2v}{(7-2\sqrt{2})}$ <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Неравенство для средней скорости правой шайбы	$\bar{v}_п = \frac{\bar{v}_л}{2} < \frac{v}{2}$	2
2	Неравенство для средней скорости при непрерывном торможении и вывод об остановке правой шайбы до встречи с левой	$\bar{u} = \frac{v + v_1}{2} > \frac{v}{2}$	2
3	Формулировка уравнения для ускорения шайбы	$v^2 = 2al/3$	1
4	Определение времени торможения левой шайбы до встречи с правой	$\frac{l}{6} = vt - \frac{at^2}{2}$, $t = \frac{(2-\sqrt{2})l}{3v}$	2
5	Определение полного времени движения левой шайбы	$T = \frac{l}{2v} + \frac{(2-\sqrt{2})l}{3v}$	1
6	Получение ответа	$\bar{v}_л = \frac{4v}{(7-2\sqrt{2})}$, $\bar{v}_п = \frac{2v}{(7-2\sqrt{2})}$	2

5. По лежащей на льду неподвижной шайбе с некоторой скоростью толкнули такую же шайбу. Шайбы упруго ударились. Удар был центральный, в результате чего шайбы остановились на расстоянии L друг от друга, выстроившись вдоль направления начальной скорости. Опыт повторили с той же начальной скоростью и с того же расстояния, но чуть-чуть промахнулись – в результате остановившиеся шайбы выстроились перпендикулярно направлению толчка. Определите расстояние между ними во втором случае. Шайбы скользят по льду и сталкиваются упруго.

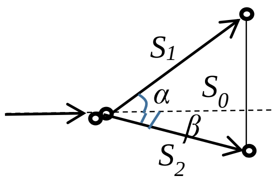
Возможное решение

1) Кинетическая энергия, которую получает шайба в результате удара, равна работе силы трения при последующем ее скольжении до точки остановки: $\frac{mv^2}{2} = \mu mgS$. Здесь m – масса шайбы, μ - коэффициент ее трения о лед, S – длина скольжения шайбы после удара. Скорость шайбы непосредственно после удара $v = \sqrt{2\mu gS}$ <2 балла>.

2) Из законов сохранения энергии и импульса следует, что при центральном соударении одинаковых шайб налетающая шайба останавливается, а ранее неподвижная приходит в движение, принимая скорость налетающей шайбы. Кинетическая энергия налетающей со скоростью v_0 шайбы

$$\frac{mv_0^2}{2} = \mu mgL \qquad (1)$$ <2 балла>

3) При втором опыте шайбы выстраиваются вдоль линии под углом 90º к направлению начальной скорости (см. рисунок). Предположим, что при этом они после удара летят под углами α и β к направлению начальной скорости. Их скорости непосредственно после удара $v_1 = \sqrt{2\mu g S_1} = \sqrt{2\mu g S_0 / \cos(\alpha)}$, $v_2 = \sqrt{2\mu g S_0 / \cos(\beta)}$. Из закона сохранения импульса в направлении, перпендикулярном направлению начальной скорости, следует, что $mv_1 \sin(\alpha) - mv_2 \sin(\beta) = 0$, откуда $\alpha = \beta$ и $v_1 = v_2$ <2 балла>.



4) Закон сохранения энергии $\frac{mv_0^2}{2} = mv_1^2$ и продольного импульса $mv_0 = 2mv_1 \cos(\alpha)$ дают значение $\alpha = 45^\circ$ и $v_1^2 = v_0^2 / 2$, откуда с учетом (1) $S_1 = S_2 = L/2$

Искомое расстояние $L_1 = S_1\sqrt{2} = L/\sqrt{2}$ <2 балла>.

Ответ: $L_1 = L/\sqrt{2}$ <2 балла>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Связь скорости шайбы непосредственно после удара и ее пробега	$\frac{mv^2}{2} = \mu mgS$	2
2	Вывод о том, что налетающая шайба после центрального удара останавливается, а покоящаяся принимает ее скорость	$\frac{mv_0^2}{2} = \mu mgL$	2
3	Вывод из закона сохранения импульса о равенстве углов отклонения шайб во втором случае	$\alpha = \beta$, $v_1 = v_2$	2
4	Вывод из законов сохранения энергии и продольного импульса о том, что шайбы разлетаются под углом 90º и определение их пробегов	$\frac{mv_0^2}{2} = mv_1^2$, $mv_0 = 2mv_1 \cos(\alpha)$ $\alpha = 45^\circ$, $S_1 = S_2 = L/2$	2
5	Получение ответа	$L_1 = L/\sqrt{2}$	2