

Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2021-2022 гг

Первый этап

9 класс

Время написания работы 4 астрономических часа

Каждая задача оценивается в 7 баллов

9.1. Пусть числа x, y, u, v различны и выполнено соотношение $\frac{x+u}{x+v} = \frac{y+v}{y+u}$. Найдите все возможные значения суммы $x + y + u + v$.

9.2. Представить число 100 в виде суммы максимально возможного количества различных попарно взаимно простых натуральных чисел. Пояснение: условие означает, что наибольший общий делитель любых двух чисел, использованных в сумме, равен 1.

9.3. В выпуклом четырёхугольнике ABCD обозначим за P и R середины сторон AB и CD соответственно, а за Q и S - середины диагоналей BD и AC соответственно. Докажите, что, если отрезки PR и QS перпендикулярны, то длины сторон BC и AD четырёхугольника равны.

9.4. В окружности провели несколько различных хорд таким образом, что каждая из них проходит через середину хотя бы одной другой хорды. Докажите, что все проведённые хорды являются диаметрами окружности.

9.5. В какое наименьшее число цветов можно окрасить все клетки квадрата 6 на 6 так, чтобы в каждой горизонтали, вертикали и диагонали квадрата все клетки имели разный цвет? Пояснение: под диагональю квадрата понимаются все ряды из не менее, чем двух клеток, идущие диагонально от одного края квадрата до другого под углом 45° или 135° к горизонтали.

Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2021-2022 гг

Первый этап

9 класс

Время написания работы 4 астрономических часа

Каждая задача оценивается в 7 баллов

9.1. Пусть числа x, y, u, v различны и выполнено соотношение $\frac{x+u}{x+v} = \frac{y+v}{y+u}$. Найдите все возможные значения суммы $x + y + u + v$.

9.2. Представить число 100 в виде суммы максимально возможного количества различных попарно взаимно простых натуральных чисел. Пояснение: условие означает, что наибольший общий делитель любых двух чисел, использованных в сумме, равен 1.

9.3. В выпуклом четырёхугольнике ABCD обозначим за P и R середины сторон AB и CD соответственно, а за Q и S - середины диагоналей BD и AC соответственно. Докажите, что, если отрезки PR и QS перпендикулярны, то длины сторон BC и AD четырёхугольника равны.

9.4. В окружности провели несколько различных хорд таким образом, что каждая из них проходит через середину хотя бы одной другой хорды. Докажите, что все проведённые хорды являются диаметрами окружности.

9.5. В какое наименьшее число цветов можно окрасить все клетки квадрата 6 на 6 так, чтобы в каждой горизонтали, вертикали и диагонали квадрата все клетки имели разный цвет? Пояснение: под диагональю квадрата понимаются все ряды из не менее, чем двух клеток, идущие диагонально от одного края квадрата до другого под углом 45° или 135° к горизонтали.