

**Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике  
2021-2022 гг.**

**Дополнительный отборочный этап**

**9 класс**

Все задачи оцениваются из 7 баллов

**9.1.** Найти наименьшее натуральное число, делящееся на 999, все цифры в десятичной записи которого различны.

**9.2** Банкир выходит из дома, ровно в этот момент за ним приходит из банка машина, которая отвозит его в банк. Банкир выходит, а машина выезжает из банка всегда в одно и то же время, машина едет всегда с одной и той же постоянной скоростью. Однажды банкир вышел из дому на 55 минут раньше, чем обычно, и, решив начать новую жизнь, пошёл по дороге в сторону, противоположную банку. Машина догнала его и привезла в банк на 10 минут позже обычного. Найти отношение скоростей машины и банкира.

**9.3.** Пусть  $x, y$  - действительные числа такие, что  $\sqrt{x} - \sqrt{y} = 10$ . Доказать, что  $x - 2y \leq 200$ .

**9.4.** На отрезке АВ, как на диаметре, построен полукруг, в котором точка М – середина дуги АВ. На дуге ВМ выбрана произвольная точка К, отличная от В и М, через Р обозначена точка пересечения прямых АВ и МК. Пусть Т -точка пересечения прямой АК и перпендикуляра к прямой АВ, проведённого через точку Р. Докажите, что длины отрезков ВР и РТ равны.

**9.5.** В ряд слева направо лежат  $n$  монет. Известно, что две из них фальшивые, они лежат рядом, левая весит 9 граммов, правая 11 граммов, а все оставшиеся настоящие и каждая из них весит 10 граммов. Монеты взвешивают на чашечных весах, которые либо показывают, груз на какой из двух чашек тяжелее, либо находятся в равновесии, и тогда грузы на обеих чашках имеют одинаковый вес. При каком максимальном  $n$  можно за три взвешивания найти монету весом 11 граммов? Как это сделать?