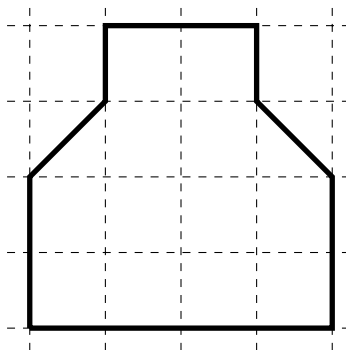


Всесибирская открытая олимпиада школьников 2021-2022 г.г. по математике

Заключительный этап

7 класс

**7.1.** Разрежьте данную фигуру на четыре попарно различных части так, чтобы у всех этих частей был одинаковый периметр. Напомним, что фигуры считаются различными, если их нельзя совместить наложением. (Достаточно привести один пример.)



**7.2.** Дорога из пункта А в пункт В идёт сначала в гору, а потом под гору. Кошка доходит из А в В за 2 часа 12 минут, обратный путь занимает у неё на 6 минут больше. Скорость кошки, идущей в гору, 4 км/ч, а под гору — 5 км/ч. Сколько километров составляет путь от А до В? (Приведите полное решение, а не только ответ.)

**7.3.** Какое из чисел больше:

$$2017^{2022} \cdot 2018^{2021} \cdot \dots \cdot 2022^{2017} \quad \text{или} \quad 2017^{2017} \cdot 2018^{2018} \cdot \dots \cdot 2022^{2022}?$$

(Обоснуйте свой ответ.)

**7.4.** На некотором острове живёт 100 человек, каждый из которых является либо рыцарем, который всегда говорит правду, либо лжецом, который всегда лжёт. Однажды все жители этого острова выстроились в ряд, и первый из них сказал: “Количество рыцарей на этом острове является делителем числа 1”. Затем второй сказал: “Количество рыцарей на этом острове является делителем числа 2”, и так далее до сотого, который сказал: “Количество рыцарей на этом острове является делителем числа 100”. Определите, сколько рыцарей может проживать на этом острове. (Найдите все ответы и докажите, что других нет.)

**7.5.** Квадрат  $2 \times 2$  был разбит прямыми, параллельными его сторонам, на несколько прямоугольников (не обязательно равных). Затем эти прямоугольники были покрашены в жёлтый и синий цвета в шахматном порядке. Оказалось, что общая площадь синих прямоугольников совпала с общей площадью жёлтых. Докажите, что из синих прямоугольников можно сложить прямоугольник  $1 \times 2$ . (Напишите полное доказательство.)