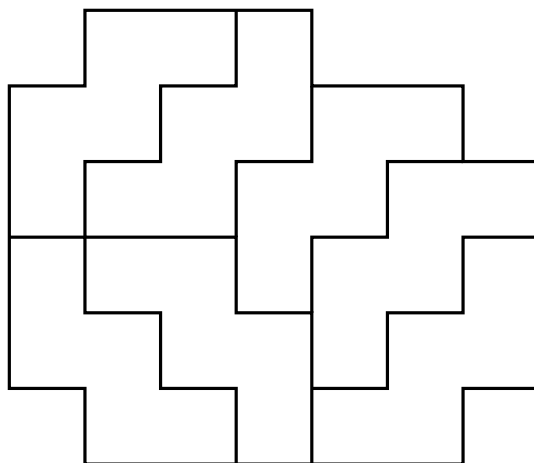


7.1. Разрежьте данную фигуру на семь одинаковых частей по линиям сетки. (*Достаточно привести один пример.*)

Решение: Например, можно разрезать так



Критерии: Любое верное разрезание – 7 баллов.

7.2. Лосяш идёт в гости к Совунье вдоль реки со скоростью 4 км/ч. Каждые полчаса он запускает бумажные кораблики, которые плывут к Совунье со скоростью 10 км/ч. С каким временным интервалом прибывают кораблики к Совунье? (*Приведите полное решение, а не только ответ.*)

Решение: Если бы Лосяш запускал кораблики с одного места, то они приходили бы раз в полчаса. Но он идёт, поэтому следующему кораблику нужно проплыть меньшее расстояние, чем предыдущему. За полчаса расстояние между Лосяшем и последним корабликом будет $(10 - 4) \cdot 0.5 = 3$. Значит, между соседними корабликами 3 км, и следующему кораблику останется проплыть именно столько, когда предыдущий уже приплывёт к Совунье. Скорость кораблика 10 км/ч, то есть 1 км за 6 минут, откуда 3 км будут пройдены корабликом за 18 минут, что и является ответом.

Критерии: Верно найдено расстояние 3 км – 3 балла.

Только ответ или ответ с проверкой – 1 балл.

7.3. Катя написала на доске четырёхзначное число, которое делилось на каждую свою цифру без остатка (нулей в числе не было). Затем она стёрла в нём первую и последнюю цифры, и на доске осталось число 89. Что могло быть записано на доске изначально? (*Найдите все варианты и покажите, что других нет.*)

Решение: Исходное число было кратно 8. Значит, число, образованное тремя его последними цифрами, кратно 8. Из условия это число имеет вид $\overline{89x}$. Очевидно, $x = 6$ подходит, а остальные числа, делящиеся на 8, в этот десяток уже не влезают. Всё число целиком

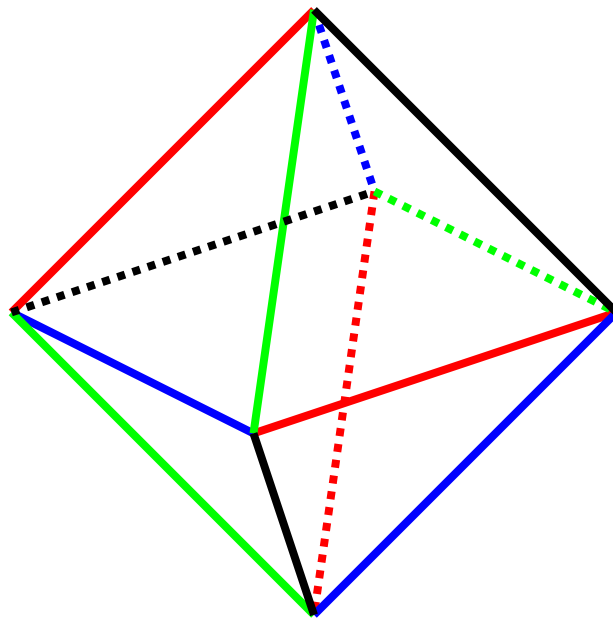
кратно 9, значит, его сумма цифр кратна 9. Пока она равна $8+9+6 = 23$. До ближайшего числа, кратного 9, не хватает 4, до следующего уже 13. Значит, это было число 4896. Так как оно делится на 8 и на 9 по построению, то оно так же делится и на 4 (так как 4 делитель 8), и на 6 (из делимости на 8 и на 9).

Критерии: Только ответ, ответ с проверкой – 1 балл.

Однозначно найдена одна из цифр – 3 балла.

Доказано, что это может быть только 4896, но не проверено, что оно подходит – 7 баллов.

7.4. Всеволод сложил из восьми одинаковых треугольников октаэдр (изображён на рисунке), после чего раскрасил каждый из составляющих его двенадцати отрезков в красный, синий или зелёный цвет. Оказалось, что во все шесть вершин октаэдра приходят отрезки каждого цвета. Сколько всего отрезков могло оказаться покрашено в зелёный цвет? *(Найдите все варианты и покажите, что других нет.)*



Решение: Рассмотрим один из цветов. По условию из каждой вершины выходит ребро этого цвета. Всего число таких выходов хотя бы 6, и при этом каждое ребро выходит ровно из двух вершин. Значит, всего рёбер каждого цвета хотя бы 3. Из этого же следует, что каждого цвета не более 6, так как иначе не хватит рёбер других цветов.

Как видно на рисунке, можно так покрасить рёбра, что из каждой вершины будет выходить ровно по одному ребру каждого цвета. Всего покрашенных рёбер будет 9, останется ещё 3 ребра. Эти 3 ребра можно красить как угодно. В зависимости от этого число зелёных рёбер будет меняться от 3 до 6.

Критерии: Только ответ – 0 баллов.

Доказано, что рёбер не меньше 3 – 2 балла.

Доказано, что рёбер не больше 6 – 1 балл.

Пример на каждое число рёбер – по 1 баллу.

Эти баллы суммируются.

7.5. Тикток-хаус представляет собой квадрат 3×3 из девяти комнат, в каждой из которых живёт по блогеру. В понедельник блогеры случайным образом поменялись комнатами, после чего каждые два человека, оказавшиеся в соседних по стороне комнатах, сняли в честь этого совместный тикток. Во вторник блогеры снова как-то поменялись комнатами и сняли тиктоки по тому же правилу, что и в прошлый день. То же самое произошло и в среду. Докажите, что какие-то два блогера совместного тиктока так не сделали.

Решение: Всего 9 человек. Из них можно составить $9 \cdot 8/2 = 36$ пар. За один день снимается, как легко проверить, 12 тиктоков. Значит, если все успели снять совместное видео, то каждый снимал с каждым тикток ровно 1 раз.

Каждый человек за день снимает либо 2, либо 3, либо 4 тиктока, причём всем нужно снять 8 тиктоков за все три дня. Значит, если кто-то стоял в центре, то все остальные разы он может стоять только в углу (иначе у него будет снято слишком много тиктоков). Пусть сначала в центре стояла Аня, а потом Максим. Тогда каждый из них всегда либо в углу, либо в центре. И совместный тикток сделать они не могли.

Критерии: Доказано, что каждый должен снять с каждым ровно 1 тикток – 1 балл.
Замечание, что центральный персонаж стоит либо в центре, либо в углу – 1 балл.