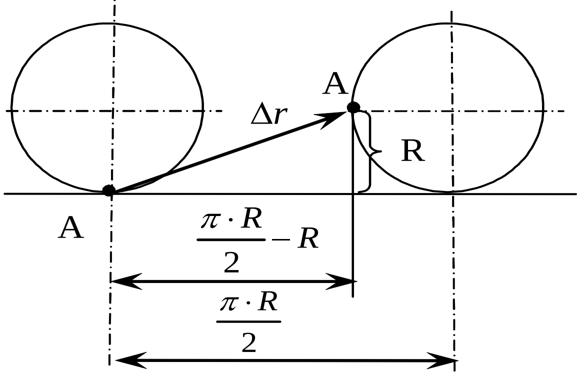
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Э. БАУМАНА
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ 2021–2022»

РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 9.

З А Д А Ч А 1. (6 баллов)

Ответ: $\boxed{\Delta r = R\sqrt{\frac{\pi^2}{4} - \pi + 2}}$

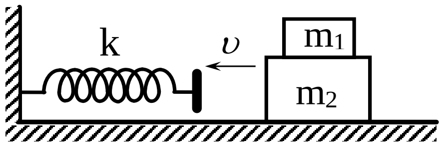


Центр обруча пройдёт путь $S = \frac{2\pi R}{4} = \frac{\pi \cdot R}{2}$, точка A займёт новое положение, указанное на рисунке. Тогда перемещение Δr точки A:

$$\Delta r = \sqrt{\left(\frac{\pi \cdot R}{2} - R\right)^2 + R^2} = \sqrt{\frac{R^2(\pi - 2)^2}{4} + R^2} = R\sqrt{\frac{\pi^2 - 4\pi + 4}{4} + 1} = R\sqrt{\frac{\pi^2}{4} - \pi + 2}.$$

З А Д А Ч А 2. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{\mu \geq \frac{\upsilon}{2g}\sqrt{\frac{k}{m}}}$.=0,25



При сжатии пружины максимальное ускорение брусков $a = \upsilon \cdot \omega$ (1), где

$\omega = \sqrt{\frac{k}{3m + m}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{m}}$ - циклическая частота колебательной системы.

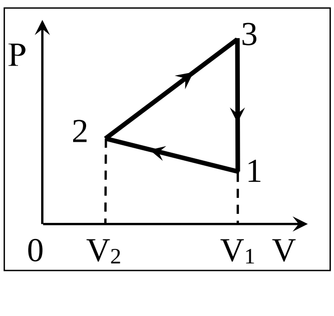
Максимальная величина силы трения покоя, действующей на верхний брусок, $F_{TP} = \mu mg$ и, следовательно, ускорение верхнего бруска $a_1 = \mu \cdot g$ (2). Из (1) и (2) следует, что верхний брусок не будет проскальзывать при условии, что $a \leq a_1$, то есть $\upsilon \cdot \omega \leq \mu \cdot g$.

Откуда находим $\mu \geq \frac{\upsilon \cdot \omega}{g} \geq \frac{\upsilon}{2g}\sqrt{\frac{k}{m}}$. Подставив числовые значения, получим

$$\mu = \frac{0{,}5}{2 \cdot 10}\sqrt{\frac{100}{1}} = 0{,}25=0{,}25$$

З А Д А Ч А 3. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{\frac{V_1}{V_2} = 3}$.



Работа равна площади цикла в координатах P – V/

1) $A = \frac{1}{2}(P_3 - P_1)(V_1 - V_2)$ - площадь треугольника

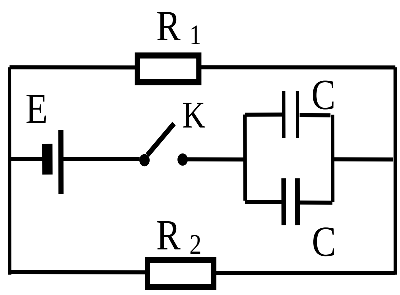
2) $Q_{3-1} = \frac{3}{2} \cdot P_3 V_1 - \frac{3}{2} P_1 V_1 = \frac{3}{2}(P_3 - P_1) \cdot V_1$

3) $\frac{Q_{3-1}}{A} = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{1} \frac{(P_3 - P_1) \cdot V_1}{(P_3 - P_1)(V_1 - V_2)} = 3\frac{V_1}{V_1 - V_2}$

4) $\dfrac{V_1}{V_1 - V_2} = \dfrac{Q_{3-1}}{3A} = \dfrac{1800}{3\cdot 400} = \dfrac{3}{2}$; 5) $\dfrac{\frac{V_1}{V_2}}{\frac{V_1}{V_2} - 1} = \dfrac{3}{2}$, откуда $\dfrac{V_1}{V_2} = 3$.

З А Д А Ч А 4. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{Q_1 = CU(2E - U)\dfrac{R_2}{R_1 + R_2}}$.



1) На обоих резисторах выделяется количество теплоты

$$Q = A - \Delta W, \quad \text{где}$$

2) $A = \Delta qE = (C_{BAT}U_2 - C_{BAT}U_1)E$.

Т.к. $U_1 = 0$, $U_2 = U$; $C_{BAT} = 2C$, то $A = 2CUE$

3) $\Delta W = W_2 - W_1 = \dfrac{2CU^2}{2} = CU^2$ -приращение энергии батареи конденсаторов

4) $Q = 2CUE - CU^2$

5) Так как $Q = Q_1 + Q_2$ и, поскольку резисторы соединены параллельно, то

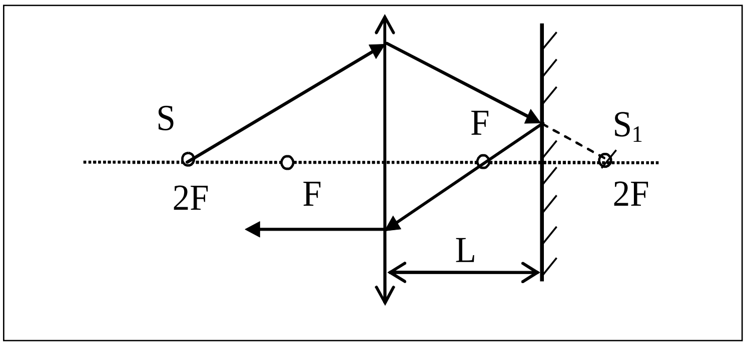
6) Учитывая, что по закону Джоуля–Ленца $Q = \dfrac{U^2}{R}\Delta t$, то

$$Q_1 = \frac{U^2}{R_1}\Delta t, \qquad Q_2 = \frac{U^2}{R_2}\Delta t, \qquad \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_2}{R_1}.$$

7) Из 4), 5) и 6) находим $\boxed{Q_1 = Q\dfrac{R_2}{R_1 + R_2} = CU(2E - U)\dfrac{R_2}{R_1 + R_2}}$.

З А Д А Ч А 5. (8 баллов)

Ответ: L = 3F/2 = 0,15 м .

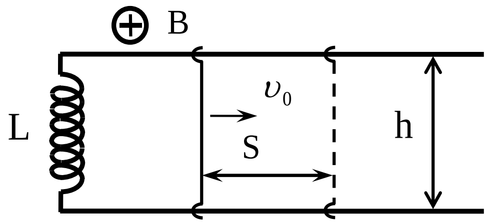


В отсутствие плоского зеркала изображение S_1 источника располагается на двойном фокусном расстоянии от линзы. Для того чтобы лучи, отраженные от зеркала, пройдя вторично через линзу, стали параллельными, необходимо, чтобы они пересекались в заднем фокусе линзы. Это произойдет в том случае, когда расстояние L между линзой и зеркалом будет равно 3F/2 ,

то есть $L = \dfrac{3F}{2} = \dfrac{3\cdot 10}{2} = 15\text{ см} = 0{,}15\text{ м}$

З А Д А Ч А 6. (12 баллов)

Ответ: $\boxed{\tau = \dfrac{\pi S}{3\upsilon_o}}$.



Примем следующие обозначения:
Масса перемычки – m, индуктивность катушки - L, магнитное поле контура - B, расстояние между проводами - h.

Так как сопротивление контура R = 0, то суммарная ЭДС в контуре должна быть равна нулю. Значит, суммарный магнитный поток через контур не должен изменяться. Если перемычка сдвинулась на величину x, и в ней появился ток I , то изменение суммарного магнитного потока $\Delta\Phi = Bhx + LI = 0$. Отсюда $I = -\dfrac{Bh}{L}x$.

По закону Ампера сила, действующая на перемычку с током $F_x = IBh = -\dfrac{B^2h^2}{L}x$.

Ускорение перемычки $a_x = \dfrac{F_x}{m} = -\dfrac{B^2h^2}{mL}x$.

Из последнего уравнения следует, что перемычка совершает колебательное движение с круговой частотой $\omega = \dfrac{B\ h}{\sqrt{mL}}$.

Для колебательного движения максимальная скорость $\upsilon_{\max} = A\omega$.

В нашем случае $\upsilon_{\max} = \upsilon_o$ - максимальная скорость перемычки.

A = S – амплитуда колебаний, равная расстоянию, которое проходит перемычка до первой остановки.

Поэтому $\upsilon_o = S\omega = \dfrac{SBh}{\sqrt{Lm}}$.

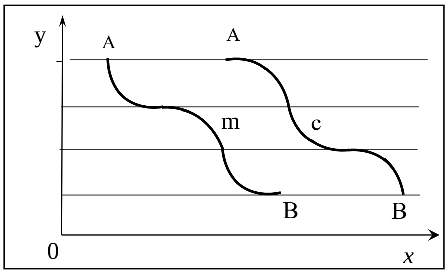
Скорость перемычки описывается уравнением $\upsilon = \upsilon_o \cdot \cos(\omega t)$. $\omega = \dfrac{\upsilon_o}{S}$.

Время, за которое скорость перемычки уменьшится вдвое, $t = \tau$, скорость $\upsilon = \dfrac{\upsilon_o}{2}$. Тогда

$\dfrac{\upsilon_o}{2} = \upsilon_o \cos\omega\tau$, $\cos\omega\tau = \dfrac{1}{2}$; следовательно, $\omega\tau = \dfrac{\pi}{3}$, откуда $\boxed{\tau = \dfrac{\pi}{3\omega}}$,

Учитывая, что $\omega = \dfrac{\upsilon_o}{S}$, найдём время, в течение которого скорость перемычки уменьшится вдвое: $\tau = \dfrac{\pi S}{3\upsilon_o}$.

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Э. БАУМАНА
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ 2021–2022»
РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 11.



З А Д А Ч А 1. (6 баллов)

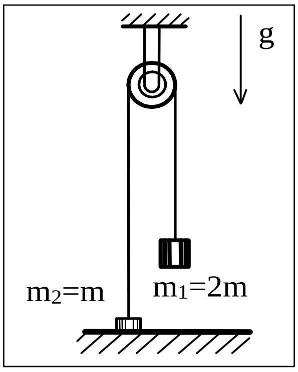
Ответ: В спуске АсВ.

З А Д А Ч А 2. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{H=\dfrac{2Q}{mg}}$.

$H=h_1+h_2$ (1), где h_1 – высота груза m_1 над столом до начала движения; h_2 – высота подъема груза m_2 над столом после удара груза m_1 о стол.

Используя закон сохранения энергии и уравнение равнопеременного движения, получим



$$Q=W_{K_1}=\frac{m_1\upsilon^2}{2} \quad (2), \quad \text{откуда} \quad \upsilon^2=\frac{2Q}{m_1}.$$

$$h_1=\frac{\upsilon^2}{2a}=\frac{Q}{m_1 a} \quad (3); \qquad h_2=\frac{\upsilon^2}{2g}=\frac{Q}{m_1 g} \quad (4)$$

Подставляя (3) и (4) в (1), получим

$$H=\frac{Q}{m_1}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{g}\right) \quad (5), \quad \text{где} \quad a=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}g \quad (6)$$

Подставляя (6) в (5), найдем

$$H=\frac{Q}{m_1}\left(\frac{g+a}{ag}\right)=\frac{Q}{m_1 g}\left(\frac{g}{a}+1\right)=\frac{Q}{m_1 g}\left(\frac{m_1+m_2}{m_1-m_2}+1\right)=\frac{2Q}{(m_1-m_2)g} \quad (7)$$

Подставим значения $m_1 = 2$ m, $m_2 =$ m в (7), найдем

$$H=\frac{2Q}{(2m-m)g}=\frac{2Q}{mg}.$$

З А Д А Ч А 3. (8 баллов)

Ответ : $\boxed{\Delta h=\dfrac{m_{He}RT}{\mu_{He}Mg}=0{,}64\,\text{м}}$

1) Условие равновесия поршня до перетекания гелия (в исходном состоянии)

$$\boxed{P_{He}S+Mg=P_{O_2}S} \quad (1) \quad \text{где} \quad \boxed{P_{He}=\frac{1}{V}\frac{m_{He}}{\mu_{He}}RT=\frac{m_{He}RT}{\frac{h}{2}S\cdot\mu_{He}}}.$$

Исходное давление кислорода $\boxed{P_{O_2}=P_{He}+\dfrac{Mg}{S}=\dfrac{m_{He}RT}{\frac{h}{2}S\cdot\mu_{He}}+\dfrac{Mg}{S}}$.

2. Условие равновесия поршня после перетекания гелия и выравнивания его концентрации по всему сосуду

$$\boxed{Mg=P'_{O_2}S} \quad (2)$$

3. По закону Бойля –Мариотта $\boxed{P_{O_2}S\cdot\dfrac{h}{2}=P'_{O_2}S(\dfrac{h}{2}+\Delta h)}$ (3)

4. Подставляя в (3) $\boxed{P_{O_2}=P_{He}+\dfrac{Mg}{S}}$ из (1) и $\boxed{P'_{O_2}=\dfrac{Mg}{S}}$ из (2), найдем Δh:

$$\Delta h = \frac{h}{2}\frac{P_{He}S}{Mg} = \frac{h}{2}\cdot\frac{m_{He}RT}{\frac{h}{2}S\cdot\mu_{He}}\cdot\frac{S}{Mg} = \frac{m_{He}RT}{\mu_{He}Mg} = \frac{1\cdot10^{-3}\cdot8{,}31\cdot300}{4\cdot10^{-3}\cdot100\cdot9{,}8} = 0{,}64\ \text{м}$$

З А Д А Ч А 4. (8 баллов)

Ответ: $A = h\frac{c}{3}\left(\frac{4}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}\right) = 30\cdot10^{-20}\ Дж$.

или $A = 1{,}9\ эВ$

Запишем уравнение Эйнштейна для двух длин волн , учитывая, что скорости фотоэлектронов отличаются друг от друга в $\eta = 2{,}0$ раза для λ_1 и λ_2, то есть кинетическая энергия первых электронов отличается в 4 раза от вторых.

$$h\frac{c}{\lambda_1} = A + 4T \quad (1)$$

$$h\frac{c}{\lambda_1} = A + T \quad (2)$$

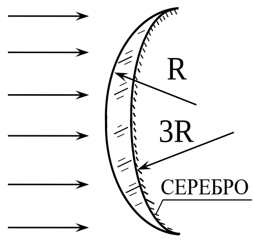
Решая систему уравнений (1), (2), относительно работы выхода A, получим

$$A = h\frac{c}{3}\left(\frac{4}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}\right) = h\frac{c}{3}\left(\frac{4\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_2\cdot\lambda_1}\right) = \frac{6{,}6\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}(4\cdot0{,}35 - 0{,}54)\cdot10^{-6}}{3\cdot(0{,}35\cdot0{,}54)\cdot10^{-12}} = 30\cdot10^{-20}\ Дж$$

Или $A = \dfrac{30\cdot10^{-20}}{1{,}6\cdot10^{-19}} = 1{,}9\ эВ$

З А Д А Ч А 5. (8 баллов)

Ответ: $\boxed{.\ n = 1{,}5\ .}$



Так как свет проходит через линзу, отражается от её задней поверхности и опять проходит через линзу, то $D = 2D_1 + D_2$, где D_1- оптическая сила линзы, D_2- оптическая сила выпуклого зеркала, образованного её задней поверхностью.

$$D_1 = (n-1)\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{3R}\right) = \frac{(n-1)2}{3R}; \qquad D_2 = -\frac{2}{3R}.$$

Тогда $D = 2D_1 + D_2 = \dfrac{(n-1)4}{3R} - \dfrac{2}{3R} = \dfrac{4n-6}{3R} = 0;$

$$2n - 3 = 0; \qquad n = 1{,}5$$

З А Д А Ч А 6. (12 баллов)

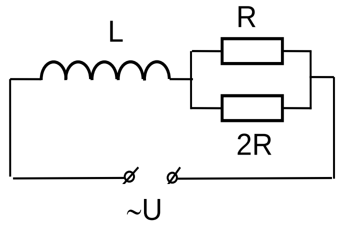
Ответ: $\boxed{R = \frac{3}{2}\omega\cdot L}$.

1) Тепловая мощность, выделяющаяся в цепи переменного тока $P = I_D{}^2 R_{\sum}$,

где $I_D = \frac{I_o}{\sqrt{2}}$ - действующее значение тока при $I_0 = \frac{U_o}{Z} = \frac{U_9}{\sqrt{R^2_{\sum} + \omega^2 L^2}}$;

а $R_{\sum}$ –суммарное активное сопротивление цепи.

$Z = \sqrt{R^2_{\sum} + \left(\omega L - \frac{1}{\omega c}\right)^2}$ - полное сопротивление в цепи переменного тока.



U_0 -амплитудное напряжение источника переменного напряжения.

Тогда $I_D{}^2 = \frac{U_o{}^2}{2\left(R^2{}_{\sum} + \omega^2 L^2\right)}$.

Следовательно, мощность $P = \frac{U_o{}^2 \, R_{\sum}}{2\left(R^2{}_{\sum} + \omega^2 L^2\right)}$.

Для определения значении сопротивления R резистора, при котором в цепи будет выделяться максимальная тепловая мощность, исследуем выражение для мощности, как функцию *P* от $R_{\sum}$, на экстремум.

Получим

$$P' = \frac{U_o{}^2}{2}\left[\frac{R'_{\sum}\left(R^2{}_{\sum} + \omega^2 L^2\right) - \left(R^2{}_{\sum} + \omega^2 L^2\right)' \cdot R_{\sum}}{\left(R^2{}_{\sum} + \omega^2 L^2\right)^2} = \frac{U_o{}^2}{2} \frac{\left(R^2{}_{\sum} + \omega^2 L^2\right) - R_{\sum} \cdot 2R_{\sum}}{\left(R^2{}_{\sum} + \omega^2 L^2\right)^2}\right]$$

$P' = 0$

$$P' = \frac{U_o{}^2}{2}\left[\frac{\left(R^2{}_{\sum} + \omega^2 L^2\right) - R_{\sum} \cdot 2R_{\sum}}{\left(R^2{}_{\sum} + \omega^2 L^2\right)^2}\right] = 0$$

$\left(R^2{}_{\sum} + \omega^2 L^2\right) - R_{\sum} \cdot 2R_{\sum} = 0$; $\left(R^2{}_{\sum} + \omega^2 L^2\right) - 2R^2{}_{\sum} = 0$,

откуда $R^2{}_{\sum} = \omega^2 L^2$; то есть $R_{\sum} = \omega \cdot L$

Так как $R_{\sum} = \frac{2}{3} R$, то $R = \frac{3}{2}\omega \cdot L$.