Олимпиада школьников «Шаг в будущее»
Отборочный этап

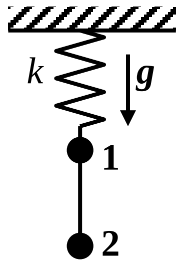
ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

Задача 1 (*6 баллов)* Автомобиль первую треть пути по шоссе прошел со скоростью v_1 = 60 км/ч, а последнюю треть пути – со скоростью v_2 = 40 км/ч. Средний участок пути он двигался со скоростью равной средней скорости его движения только на первом и последнем участках. Чему равна средняя скорость автомобиля на всем пути. Ответ дайте в километрах в час (км/ч), округлив его до целых.

Ответ. 48.

Решение. Средняя скорость на всем пути равна его средней скорости на двух равных участках – первом и последнем, т.е. равна $v_{ср.} = \frac{2v_1v_2}{v_1+v_2} = 48$ км/ч.

Задача 2 (*6 баллов)* На легкой пружине подвешены два груза, связанные невесомой нитью (см. рис.). Масса нижнего груза (груз 2) в 4 раза меньше массы верхнего (груз 1). Система находится в равновесии. Неожиданно нить рвется. Чему равно ускорение груза 1 сразу после разрыва нити? Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2. Ответ дайте в метрах в секунду в квадрате (м/с^2), округлив его до десятых.



Ответ. 2,5

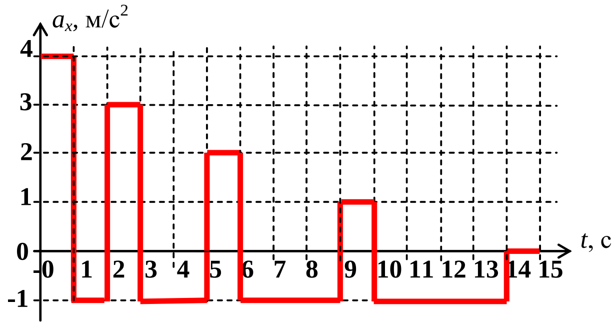
Решение. До пережигания нити сила упругости $F_{упр} = (m_1 + m_2)g = 5mg$, где $m_1 = 4m$, $m_2 = m$. Эта же сила будет действовать на груз 1 после пережигания нити. Тогда $m_1a_{1y} = m_1g - F_{упр} = -mg$.⇒ Груз 1 начнет двигаться вверх с ускорением $a = \frac{g}{4} = 2,5$ м/с^2.

Задача 3 (*6 баллов)* Маленький шарик массой m = 20 г, падает вертикально без начальной скорости и через t = 2 с ударяется о наклонную плоскость, составляющую угол α = 60° с горизонтом. Считая удар абсолютно упругим, найдите среднюю силу давления шарика на наклонную плоскость во время удара. Длительность удара τ = 0,02 с. Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2. Действием силы тяжести за время удара пренебречь. Ответ дайте в ньютонах (Н), округлив его целых.

Ответ. 20.

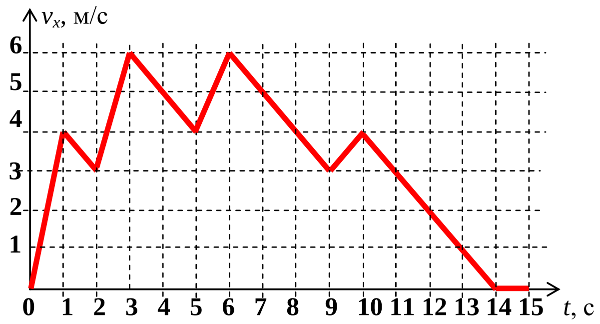
Решение. Скорость шарика через t = 2 с $v = gt = 20$ м/с. После упругого удара модуль скорости сохраняется. В проекции на ось y, перпендикулярную наклонной плоскости (в пренебрежении силой тяжести): $N\tau = 2mv\cos\alpha$, ⇒ $F = N = \frac{2mv\cos\alpha}{\tau} = 20$ Н.

Задача 4 (*10 баллов)* Неопознанный летающий объект (НЛО) возник внезапно и начал двигаться прямолинейно без начальной скорости, а спустя время t = 15 с – исчез. Ускорение a_x этого объекта вдоль траектории движения изменяется в зависимости от времени t, как показано на рисунке. На какое максимальное расстояние сместился НЛО за все время наблюдения? Ответ дайте в метрах, округлив его до десятых.



Ответ. 50

Решение. Построим график зависимости скорости объекта от времени $v_x(t)$ (см. рис.). Площадь фигуры под графиком равна искомому расстоянию S = 50 м.



Задача 5 (*10 баллов)* На подставке лежит груз, связанный с прикреплённой к потолку вертикальной пружиной. В начальный момент времени пружина не растянута, а подставку начинают опускать с ускорением a_1 = 5 м/с^2. Через t_1 = 1 с груз отрывается от подставки. Через какое время оторвется от подставки груз, если подставку опускать с ускорение a_2 = 2 м/с^2? Во втором случае, в начальный момент пружина также не растянута. Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2. Ответ дайте в секундах, округлив его до десятых.

Ответ. 2,0

Решение. Пусть k – жесткость пружины, m – масса груза. В момент отрыва груза от подставки сила нормальной реакции подставки N = 0. Тогда

$$\begin{cases} ma_1 = mg - kx_1 = mg - k\dfrac{a_1t_1^2}{2}, \\ ma_2 = mg - kx_2 = mg - k\dfrac{a_2t_2^2}{2}. \end{cases} \Rightarrow t_2 = t_1\sqrt{\frac{(g-a_2)a_1}{(g-a_1)a_2}} = 2\text{ с.}$$

Задача 6 (*10 баллов)* Сделала бабушка одиннадцать колобков, все одинакового размера, но разной массы. Ближайшие по массе колобки отличаются на 0,1 кг, колобок наименьшей массы весит 1 кг, а наибольшей – 2 кг. Шаловливый внучок расставил колобки в ряд один возле другого в порядке убывания массы, и толкнул первый из них, который массой 2 кг, сообщив ему скорость v = 3,3 м/с. В результате колобки стали сталкиваться друг с другом и слипаться, пока не остался один большой кусок теста. Сколько тепловой энергии выделилось после всех столкновений? Ответ дайте в джоулях (Дж), округлив его до сотых.

Ответ. 9,57

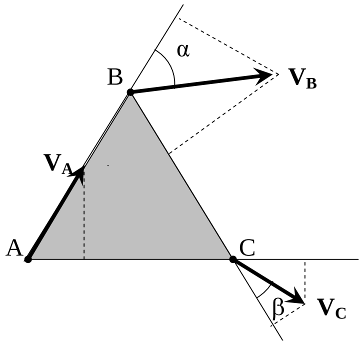
Решение. Обозначим m_1 = 2 кг, m_2 = 1,9 кг, …, m_{10} = 1,1 кг, m_{11} = 1 кг – массы всех колобков в порядке убывания, u – конечная скорость всех одиннадцати колобков, слипшихся в один кусок. Тогда

$$m_1 v = \sum_{i=1}^{11} m_i u, \Rightarrow u = \frac{m_1 v}{\sum_{i=1}^{11} m_i};\ Q = \frac{m_1 v^2}{2} - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{11} m_i u^2 = \frac{m_1 v^2}{2}\frac{\sum_{i=2}^{11} m_i}{\sum_{i=1}^{11} m_i} = 9{,}57 \text{ Дж.}$$

Задача 7 (*17 баллов)* Космонавт, работая в открытом космосе, случайно обронил металлическую заготовку, имеющую форму равностороннего треугольника ABC. Заготовка полетела от космической станции. В некоторый момент времени вектор скорости точки A заготовки оказался направленным вдоль стороны AB, а модули скоростей точек A и C равными V = 300 м/с. Чему равна скорость точки B в этот же момент времени? Ответ дайте в метрах в секунду (м/с), округлив его до целых.

Ответ. 600

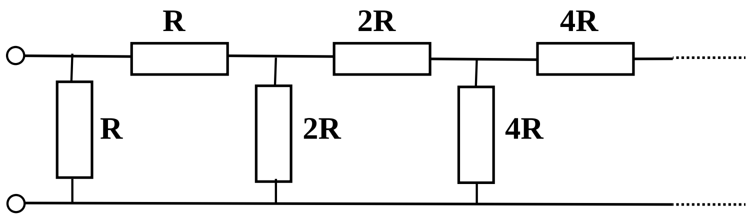
Решение. Воспользуемся условиями жесткости сторон треугольника ABC (см. рис.).



$$\begin{cases} V_A = V_B \cos\alpha, \\ V_B \cos(120^\circ - \alpha) = V_C \cos\beta, \\ V_A \cos 60^\circ = V_C \cos(60^\circ - \beta). \end{cases}$$

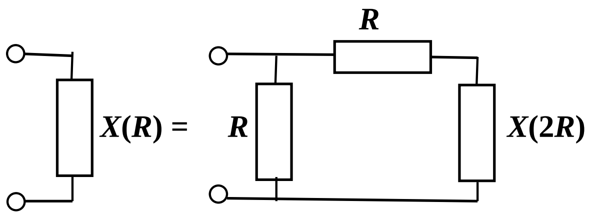
Пользуясь тем, что $V_A = V_C = V$, получим, что $\beta = 0$, $\alpha = 60^\circ$, а $V_B = 2V = 600$ м/с.

Задача 8 (*17 баллов)* Чему равно полное сопротивление бесконечной цепи, изображенной на рисунке? Считать, что R = 100 Ом. (В каждом следуем звене цепи сопротивления в два раза больше, чем в предыдущем.) Ответ дайте в омах, округлив его до десятых.



Ответ. 70,7

Решение. Обозначим сопротивление заданной бесконечной цепи $X(R)$. Тогда заданную цепь можно эквивалентно изобразить, как на рисунке.

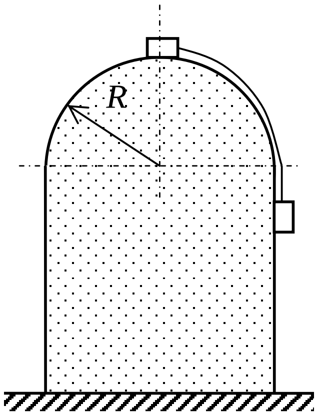


Очевидно, что $X(R)$ можно представить в виде $X(R) = \alpha R$, где α – безразмерный коэффициент. Тогда

$$\frac{1}{X(R)}=\frac{1}{R}+\frac{1}{R+X(2R)},\Rightarrow\ \frac{1}{\alpha R}=\frac{1}{R}+\frac{1}{R+\alpha\cdot 2R},\Rightarrow\ \alpha=\frac{1}{\sqrt{2}}.$$

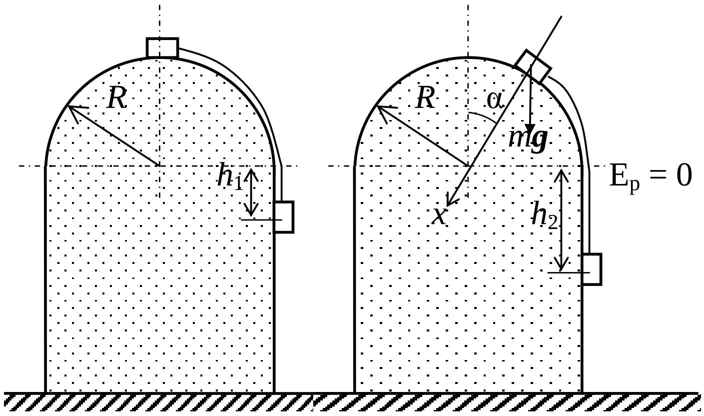
Таким образом, $X(R)=\dfrac{R}{\sqrt{2}}=70,7$ Ом.

Задача 9 (*18 баллов)* Неподвижная вертикальная горка имеет закругленную вершину в виде полусферы радиуса R = 10 м. На горке удерживают систему из двух небольших грузов одинаковой массы, связанных невесомой нерастяжимой нитью, при этом верхний груз находится в самой верхней точке полусферы (см. рис.). Грузы отпускают, и они начинают скользить по горке. Движение грузов происходит в вертикальной плоскости, проходящей через центр полусферы, нить в процессе движения остается натянутой. Какое расстояние пройдет нижний груз до того момента, как верхний груз перестанет давить на горку. Трением между горкой и грузами пренебречь. Ответ дайте в метрах (м), округлив его до десятых.



Ответ. 6,2

Решение. Обозначим массы грузов m, скорости грузов в конечном положении, когда верхний груз не давит на горку – v. Запишем закон сохранения энергии для начального и конечного положений грузов (см. рис).



$$mgR-mgh_1=\frac{mv^2}{2}\cdot 2+mgR\cos\alpha-mgh_2\text{ , где}\Rightarrow\ h_2-h_1=s=R\alpha .$$

В конечный момент, когда груз не давит на горку: $x: mg\cos\alpha=\dfrac{mv^2}{R}$.

В результате для угла α получим уравнение: $2\cos\alpha=\alpha+1$, которое решим подбором корня (α в радианах). Искомый угол лежит в интервале $0,623<\alpha<0,624$. С точностью до десятых $s=R\alpha=6,2$ м.