## РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ

**Задача 1** (*5 баллов*). Мяч бросают вертикально вверх с поверхности земли с такой начальной скоростью, что он достигает максимальной высоты $h$ = 19 м. На какой высоте потенциальная энергия мяча была на 10% меньше кинетической? Сопротивлением воздуха пренебречь. Потенциальная энергия мяча на поверхности земли равна нулю.

Ответ. $h_1 = \dfrac{9}{19}h = 9$ м.

Решение.

$$\begin{cases} \dfrac{mv_1^2}{2} + mgh_1 = mgh, \\ mgh_1 = 0{,}9 \cdot \dfrac{mv_1^2}{2} \end{cases} \Rightarrow h_1 = \frac{9}{19}h = 9 \text{ м.}$$

**Критерии оценивания задачи 1.**

| | **Элементы решения** | Баллы (макс. 5 баллов) |
|---|---|---|
| 1 | Записан закон сохранения энергии | +1 балл |
| 2 | Записана связь потенциальной и кинетической энергий | +1 балл |
| 3 | Проделаны необходимые алгебраические преобразования | +2 балл |
| 45 | Получен правильный числовой ответ | +1 балл |

**Задача 2** (*5 баллов*). Два герметичных сосуда одинакового объема наполнены одинаковыми по химическому составу газами. Содержимому сосудов сообщили одинаковое количество теплоты. В результате после нагревания давление газа во втором сосуде оказалось в три раза больше, чем в первом, а температуры одинаковыми. Чему равна конечная температура газов, если начальная температуру газа в первом сосуде $T_1$ = 300 К, а начальная температура газа во втором сосуде $T_2$ = 500 К.

Ответ. $T = \dfrac{3T_2 - T_1}{2} = 600$ К.

Решение.

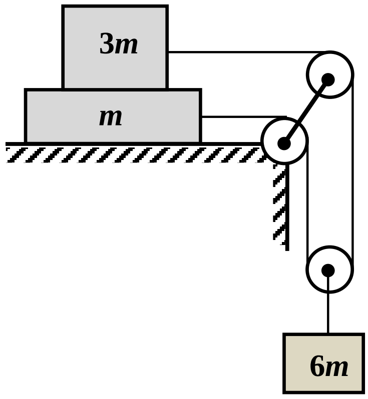
Запишем уравнения конечных состояний газов в сосудах. В первом сосуде $p_1V = \nu_1 RT$ , во втором – $p_2V = \nu_2 RT$ . $\Rightarrow \dfrac{\nu_2}{\nu_1} = \dfrac{p_2}{p_1} = 3$.

Количества тепла $Q = \Delta U = C_{\mu V}\nu_1(T - T_1) = C_{\mu V}\nu_2(T - T_2)$ , где $C_{\mu V}$ – молярная теплоемкость при постоянном объеме. $\Rightarrow T = \dfrac{3T_2 - T_1}{2} = 600$ К.

**Критерии оценивания задачи 2.**

| | **Элементы решения** | Баллы (макс. 5 баллов) |
|---|---|---|
| 1 | Записаны уравнения состояния газов | +1 балл |
| 2 | Получено отношение масс (к-в вещества) газов в сосудах | +1 балл |
| 3 | Записано первое начало термодинамики | +1 балл |
| 4 | Проделаны необходимые алгебраические преобразования | +1 балл |
| 5 | Получен правильный числовой ответ | +1 балл |

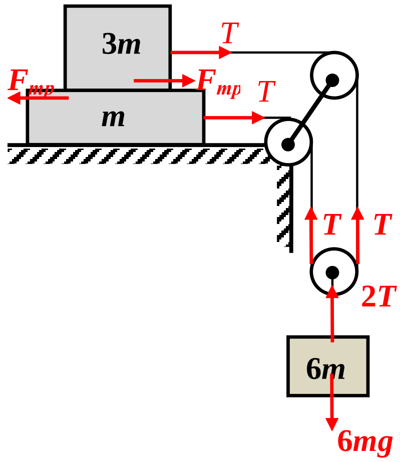
**Задача 3** (*8 баллов*). На гладкой горизонтальной поверхности лежит брусок массой $m$, а на нем другой брусок массой $3m$. Эти два бруска через систему двух неподвижных и одного подвижного легких блоков связаны с грузом массой $6m$ (см.рис.). При каких значениях коэффициента трения μ между брусками бруски не будут скользить друг относительно друга? Нити невесомы и нерастяжимы, трением в блоках пренебречь.




Ответ. $\mu \geq 0,2$.

Решение.

Чтобы бруски не скользили друг относительно друга, ускорения всех трех грузов должны быть одинаковы и равны $a$, а сила трения, действующая между брусками – сила трения покоя $F_{тр} \leq \mu \cdot 3mg$, которая направлена, как на рисунке. Запишем систему уравнений динамики.



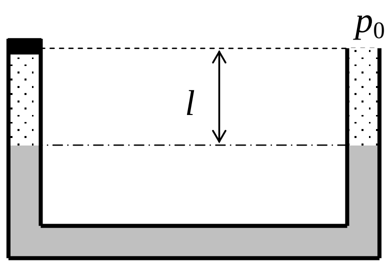

$$\begin{cases} 6mg - 2T = 6ma, \\ T - F_{тр} = ma, \\ T + F_{тр} = 3ma. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0,6g, \\ T = 1,2mg, \\ F_{тр} = 0,6mg. \end{cases}$$

$$\Rightarrow 0,6mg \leq \mu \cdot 3mg, \ \mu \geq 0,2.$$

**Критерии оценивания задачи 3.**

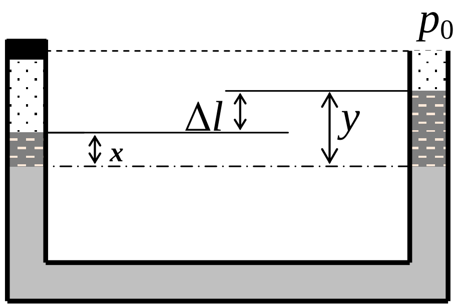
| | **Элементы решения** | Баллы (макс. 8 баллов) |
|---|---|---|
| 1 | Сделан рисунок и правильно расставлены силы | +2 балла |
| 2 | Записаны уравнения динамики | +3 балла (по 1 баллу для каждого тела) |
| 3 | Записана формула для силы трения между брусками | +1 балл |
| 4 | Сделаны необходимые преобразования | +1 балл |
| 5 | Получен правильный ответ в виде неравенства | +1 балл |

**Задача 4** (*8 баллов*). В U-образную трубку налита ртуть (см. рисунок). Уровни ртути в обеих частях трубки одинаковы и находятся на расстоянии $l$ = 28 см от верха трубки. При этом правая часть трубки открыта, а левая герметично закрыта пробкой. В пространстве между ртутью и пробкой находится воздух. Сколько грамм ртути нужно долить в правую часть трубки, чтобы разность уровней ртути в левой и правой частях трубки оказалась равной $\Delta l$ = 9 см? Площадь сечения трубки равна $S$ = 1 см$^2$. Атмосферное давление $p_0$ = 750 мм. рт. ст., плотность ртути ρ = 13,6 г/см$^3$. Искривлением уровня ртути в трубке пренебречь.




Ответ. $\Delta m = \rho S \Delta l \left( \dfrac{2l}{H + \Delta l} + 1 \right) = 204$ г.

Решение.




Т.к. в начале уровни ртути в обеих частях трубки одинаковы, то давление воздуха в левой части трубки равно $p_0$. Предположим, что уровень ртути в правой части трубки поднялся на $y$, а в левой на $x$ (см. рис.), тогда $\Delta l = y - x$, $\Rightarrow$ $y = x + \Delta l$.

Давление воздуха $p$ в левой части трубки найдем с помощью закона Бойля-Мариотта:

$$p(l - x)S = p_0 lS, \Rightarrow \; p = \frac{p_0 l}{(l - x)}.$$

Давление ртути в левой части трубки равно давлению в правой части на одном и том же уровне: $p + \rho g x = p_0 + \rho g y$.

Используя выше написанные формулы, получим $x = \dfrac{\rho g l \cdot \Delta l}{p_0 + \rho g \Delta l}$. Эту формулу удобно упростить, если воспользоваться тем, что $p_0 = \rho g H$, где $H$ = 0,75 м. Тогда $x = \dfrac{l \cdot \Delta l}{H + \Delta l} = 0{,}03$ м. Масса ртути, которую нужно долить в левую часть трубки, равна $\Delta m = \rho S(2x + \Delta l) = 0{,}204$ кг.

**Критерии оценивания задачи 4.**

| | **Элементы решения** | Баллы (макс. 8 баллов) |
|---|---|---|
| 1 | Указано, что давление воздуха в левой части равно атмосферному | +1 балл |
| 2 | Записана формула для давления в левой части сосуда (закон Бойля-Мариотта или уравнение состояния) | +1 балл |
| 3 | Записано равенство давлений слева и справа | +2 балла |
| 4 | Проделаны необходимые алгебраические преобразования | +2 балла |
| 5 | Записана формула для нахождения массы ртути | +1 балл |
| 6 | Получен правильный числовой ответ | +1 балл |

**Задача 5** (*12 баллов*). Система состоит из двух небесных тел, находящихся на расстоянии $r$ друг от друга. Найдите период обращения небесных тел вокруг общего центра масс, если радиус первого небесного тела $r_1$, радиус второго небесного тела $r_2$, первая космическая скорость для первого небесного тела $v_1$, вторая космическая скорость для второго небесного тела $v_2$. Радиусы небесных тел много меньше расстояния между ними.

Ответ. $T = 2\pi \sqrt{\dfrac{r^3}{v_1^2 r_1 + \dfrac{v_2^2 r_2}{2}}}$.

Решение.

1) Пусть $m_1$, $m_2$ – массы небесных тел, $r$ – расстояние между ними, $x_1$, $x_2$ – радиусы вращения небесных тел, $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ – угловая скорость вращения тел. Тогда

$$\begin{cases} G\dfrac{m_1 m_2}{r^2} = m_1\omega^2 x_1, \\ G\dfrac{m_1 m_2}{r^2} = m_2\omega^2 x_2, \\ x_1 + x_2 = r. \end{cases} \Rightarrow \quad T = 2\pi\sqrt{\dfrac{r^3}{G(m_1+m_2)}}$$

Т.к $v_1$ – первая космическая скорость, а $v_2$ – вторая космическая скорость, то

2) $\dfrac{mv_1^2}{r_1} = G\dfrac{mm_1}{r_1^2}, \Rightarrow \; m_1 = \dfrac{v_1^2 r_1}{G}$. 3) $-G\dfrac{mm_2}{r_2} + \dfrac{mv_2^2}{2} = 0, \Rightarrow m_2 = \dfrac{v_2^2 r_2}{2G}$.

4) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{r^3}{v_1^2 r_1 + \dfrac{v_2^2 r_2}{2}}}$.

**Критерии оценивания задачи 5.**

| | **Элементы решения** | Баллы (макс. 12 баллов) |
|---|---|---|
| 1 | Записаны уравнения второго закона Ньютона для каждого из небесных тел | +2 балл (по 1 баллу за каждое уравнение |
| 2 | Записана связь периода и угловой скорости (или периода и линейной скорости) | +1 балл |
| 3 | Получено выражение для $m_1$ (используя определение первой космической скорости) | +3 балла |
| 4 | Получено выражение для $m_2$ (используя определение второй космической скорости) | +3 балл |
| 6 | Проделаны необходимые алгебраические преобразования | +2 балла |
| 7 | Получен правильный ответ | +1 балл |

**Задача 6** (*12 баллов*). Отрицательно заряженная частица движется в однородном электрическом поле и однородном поле силы тяжести. В некоторый момент вектор скорости частицы $\vec{V}_0$, вектор ускорения свободного падения $\vec{g}$ и вектор напряженности электрического поля $\vec{E}$, пересекаясь, образуют равносторонний треугольник, как на рисунке *а*. Через какое время три вектора – скорости частицы $\vec{V}$, ускорения свободного падения $\vec{g}$ и напряженности электрического поля $\vec{E}$, пересекаясь, будут образовывать прямоугольный треугольник, как на рисунке б? Считать, что известны модули векторов начальной скорости $V_0$, напряженности $E$, ускорения свободного падения $g$, а также отношение модуля заряда частицы к ее массе $\gamma = \dfrac{|q|}{m}$. Исследуйте, при каких значениях напряженности $E$, подобная конфигурация трех векторов, изображенных на рисунке б, оказывается возможной.

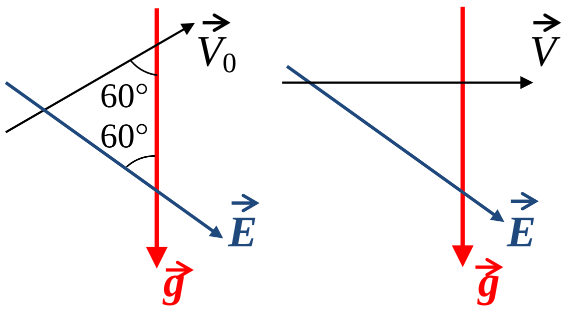



Рис. *а* Рис. *б*

Ответ. $t = \dfrac{V_0}{\gamma E - 2g}$, $E > \dfrac{2g}{\gamma}$.

Решение.

Из второго закона Ньютона $m\vec{a} = -q\vec{E} + m\vec{g}$ следует, что $\vec{a} = \vec{g} - \gamma\vec{E} = \overrightarrow{const}$. Тогда $\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{a}t$. Т.к. $\vec{V} \perp \vec{g}$, то $\left(\vec{V},\vec{g}\right) = \left(\vec{V}_0,\vec{g}\right) + \left(\vec{a},\vec{g}\right)t = 0$, $\Rightarrow t = -\dfrac{\left(\vec{V}_0,\vec{g}\right)}{\left(\vec{a},\vec{g}\right)}$.

Посчитаем теперь $\left(\vec{V}_0,\vec{g}\right) = V_0 g\cos 120^\circ = \dfrac{V_0 g}{2}$ и $\left(\vec{a},\vec{g}\right) = \left(\vec{g},\vec{g}\right) - \gamma\left(\vec{E},\vec{g}\right) = g\left(g - \dfrac{\gamma E}{2}\right)$.

$\Rightarrow t = \dfrac{V_0}{\gamma E - 2g}$. Данная конфигурация векторов возможна, если $E > \dfrac{2g}{\gamma}$.

**Критерии оценивания задачи 6.**

| | **Элементы решения** | Баллы (макс. 12 баллов) |
|---|---|---|
| 1 | Записана формула для силы, действующей на заряженную частицу | +1 балл |
| 2 | Записан второй закон Ньютона | +1 балл |
| 3 | Установлено, что ускорение – постоянный вектор | +1 балл |
| 4 | Записана формула для скорости частицы | +1 балл |
| 5 | Записано условие перпендикулярности векторов V и g | +2 балла |
| 6 | Проделаны необходимые алгебраические преобразования | +3 балла |
| 7 | Получен правильный ответ | +1 балла |
| 8 | Проведено необходимое исследование | +2 балл |